中等职业教育课程改革创新教材
中等职业教育创新教材审定委员会审定

数学

SHUXUE

中等职业教育创新教材编委会编

拓展模块

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书是根据教育部2009年最新颁布的《中等职业学校数学教学大纲》的要求编写的.全书共分3章.第1章为三角公式及应用,第2章为椭圆、双曲线、抛物线,第3章为概率与统计.在内容编排上突出了职业特色,贴近生活,贴近学生的实际情况,深入浅出,图文并茂,能够提高学生学习的兴趣.

本书可作为中等职业学校文化基础课程教材使用.

图书在版编目(CIP)数据

数学/中等职业教育创新教材编委会编.—西安:西北工业大学出版社,2009.11

ISBN 978-7-5612-2673-5

Ⅰ.数… Ⅱ.中… Ⅲ.数学课—专业学校—教材 Ⅳ.G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第205343号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路127号 邮编:710072

电 话:(029) 88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:廊坊市广阳区九洲印刷厂

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:44

字 数:986千字

版 次:2009年11月第1版 2014年9月第3次印刷

定 价:115.00元(共5册)

本册定价:23.00元

本书编委会

主　编：张自亮

副主编：葛　磊　李庆霞

编　委：杜克保　揭爱民　刘东升　向济南

徐和时　杨君君　卢晓燕　刘　静

巩秀娟

前　言

为了适应中等职业教育教学改革新形势的需要，全面贯彻"以服务为宗旨，以就业为导向"的办学指导方针，体现"以就业为导向，以能力为本位"的课程体系，我们依据教育部2009年最新颁布的《中等职业学校数学教学大纲》的要求，遵循以促进学生发展为本、公共基础与多样化选择相结合、注重对学生能力培养、统一性与灵活性相结合的四项改革的基本原则，按照基础模块、职业模块和拓展模块的课程体系，结合中等职业学校学生实际，贴近社会、贴近职业，根据经济社会岗位对职业能力的发展需求，由文化基础课课程专家、教研实践经验丰富的职教教研员及教学一线的骨干教师共同编写了本套《中等职业学校文化基础课程教材》.

在本书的编写中，我们以传授知识、培养能力为目标，全面渗透新课程理念，从而形成以下鲜明的特色.

1.教学理念新

(1)教材内容以服务教学为宗旨，使职业教育更好地担负起促进发展和促进就业这两个任务，力争做到教学内容与专业课的学习相衔接.

(2)教材内容注意了与九年义务教育阶段数学课程的衔接.例如，在小节中穿插了"回忆时刻"，让学生回忆以前的内容，做好知识的整合.

(3)实施模块的、弹性的、多层次的教育，突破传统观念、传统模式、传统内容、传统方法，以适应学分制的课程体系的教学要求.

2.突出职业特色

本套教材内容做了比较大的整合和调整，跳出"应试型"模式，强化与专业有关的内容，删去与专业无关的应试内容及传统的形式化的证明.

3.通俗、实用、简单、易学，突出素质培养

(1)针对学生的心理特点、年龄特征及认识规律，教材采用讲清概念、淡化理论推导的策略，结合通俗易懂的语言，引人入胜.

(2)教材不在技巧和难度上做过高的要求，不在抽象问题、理论证明和形式化的术语上做过高的要求，把复杂的问题以简单的方式介绍出来.

4.内容紧跟时代，注意激发兴趣，体现人文价值

(1)教材中安排了大量计算工具的使用知识，力争培养学生的计算技能、计算工具使用

技能和数据处理技能.

(2)教材注重创设情境引入新课。例如,每节中安排了“情景导入”,激发学生兴趣,引出新课.

(3)教材中安排了“拓展阅读”,主要选取了一些数学史知识,让学生感受数学的魅力.

本教材为《数学(拓展模块)》,全书以实现教学大纲规定的教学目标为依据,结合中等职业学校学生的认知规律和心理特点来编排内容和设计体例.内容的选择突出了职业特色,贴近学生,贴近实际,贴近生活;内容的呈现形式多样化,图文并茂,能够充分调动学生学习的积极性.

本教材的教学时数由各学校自行安排,不做统一要求.

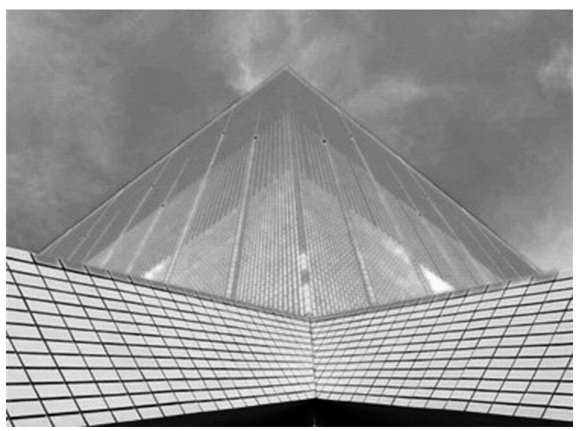
由于编写时间仓促和编者水平所限,书中难免存在不妥之处,欢迎从事职业教育的教师、专家和读者批评指正.

编　者

目　录

第 1 章

三角公式及应用



本章将带你学习一些三角计算问题,以便能应用这些知识解决一些实际问题.

1.1 和角公式

1.1.1 两角和与差的正弦

◇ 情景导入

对于任意两个角 α 与 β，$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$ 成立吗？$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha-\sin\beta$ 成立吗？请你猜一猜.

◇ 知识探究

我们首先回答对于任意两个角 α 与 β，$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$ 能否成立的问题. 为了得到问题的结论，设 $\alpha=\frac{\pi}{2}$，$\beta=\frac{\pi}{3}$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{5\pi}{6}=\frac{1}{2}$，而 $\sin\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{3}=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$，显然 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)\neq\sin\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{3}$. 因此，一般地，两个角和的正弦不等于这两个角正弦的和.

那么 $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha-\sin\beta$ 成立吗？

显然，对于任意两个角 α 与 β，这也是不能成立的. 那么，任意两个角和与差的正弦等于什么呢？

我们用向量知识可以推导出**两角和与差的正弦公式**：

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$，简记为 $S_{\alpha+\beta}$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$，简记为 $S_{\alpha-\beta}$

思考时刻

你能用向量知识推导这两个公式吗？

为了正确应用公式，首先需要准确记忆公式，掌握公式的结构特征，请同学们从下述 3 个方面归纳这两个公式的结构特征：

(1)函数名称及顺序；

(2)角在公式中的顺序；

(3)运算符号的前后关系.

◇ 例题分析

例 1 不用计算器，求 $\sin75°$ 与 $\sin15°$ 的值.

解 $\sin75°=\sin(45°+30°)=\sin45°\cos30°+\cos45°\sin30°=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\sin15°=\sin(45°-30°)=\sin45°\cos30°-\cos45°\sin30°=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

例 2 已知 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$，求 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$的值.

解 由 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$，得 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$.

于是 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\alpha\cos\frac{\pi}{6}+\cos\alpha\sin\frac{\pi}{6}=\frac{3}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$

例 3 将下列各式化成一个正弦函数的形式.

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x$；

(2) $\sqrt{3}\cos x+\sin x$；

(3) $\cos x-\sin x$.

解 (1) 原式$=\sin\frac{\pi}{3}\cos x+\cos\frac{\pi}{3}\sin x=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

(2) 原式$=2\left(\sin\frac{\pi}{3}\cos x+\cos\frac{\pi}{3}\sin x\right)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

(3) 原式$=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right)=\sqrt{2}\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos x-\cos\frac{\pi}{4}\sin x\right)=\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

• 课堂练习 •

1. 不用计算器，求下列各式的值.

(1) $\sin105°$；

(2) $\sin50°\cos10°+\cos50°\sin10°$.

2. 已知 $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$，求 $\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)$的值.

3. 将下列各式化成一个正弦函数的式子.

(1) $\cos x\sin\frac{\pi}{6}-\sin x\cos\frac{\pi}{6}$；

(2) $\cos x+\sin x$.

1.1.2 两角和与差的余弦

◇ 情景导入

对于任意两个角 α 与 β，$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha+\cos\beta$ 成立吗？$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha-\cos\beta$ 成立吗？请你猜一猜.

◇ 知识探究

同样地，我们用向量知识可以推导出**两角和与差的余弦公式**：

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$，简记为 $C_{\alpha+\beta}$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$，简记为 $C_{\alpha-\beta}$

思考时刻

两角和与差的余弦公式与正弦公式有什么异同点？

◇ 例题分析

例 4 已知 $\cos x=-\frac{12}{13}$，$x\in\left[\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$，求 $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$的值.

解 已知 $\cos x=-\frac{12}{13}$，$x\in\left[\pi,\frac{3}{2}\pi\right]$，得 $\sin x=-\frac{5}{13}$.

于是 $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos x\cos\frac{\pi}{3}+\sin x\sin\frac{\pi}{3}=\left(-\frac{12}{13}\right)\cdot\frac{1}{2}+\left(-\frac{5}{13}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{12+5\sqrt{3}}{26}$

例 5 将下列各式化成一个余弦函数的形式.

(1) $\cos x\cos\frac{\pi}{6}-\sin x\sin\frac{\pi}{6}$；

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x$；

(3) $\sqrt{3}\cos x-\sin x$.

解 (1) 原式 $=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

(2) 原式 $=\cos\frac{\pi}{6}\cos x-\sin\frac{\pi}{6}\sin x=\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right)$

(3) 原式 $=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{6}\cos x-\sin\frac{\pi}{6}\sin x\right)=2\cos\left(\frac{\pi}{6}+x\right)$

• 课堂练习 •

1. 不用计算器，求下列各式的值.

(1) $\cos75^\circ$；

(2) $\cos50^\circ\cos20^\circ+\sin50^\circ\sin20^\circ$.

2. 已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$90^\circ<\alpha<180^\circ$，求 $\cos(\alpha+60^\circ)$的值.

3. 将下列各式化成一个余弦函数的形式.

(1) $\cos\frac{\pi}{4}\cos x+\sin\frac{\pi}{4}\sin x$；

(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$；

(3) $\cos x+\sin x$.

1.1.3 两角和与差的正切

◇ 情景导入

对于任意两个角 α 与 β，$\tan(\alpha+\beta)=\tan\alpha+\tan\beta$ 成立吗？$\tan(\alpha-\beta)=\tan\alpha-\tan\beta$ 成立吗？请你猜一猜.

◇ 知识探究

由两角和与差的正弦和两角和与差的余弦公式，我们可以推导出**两角和与差的正切公式**：

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\text{，简记为 }T_{\alpha+\beta}$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}\text{，简记为 }T_{\alpha-\beta}$$

注意

这两个公式中的 α 与 β 是必须使 α，β，$\alpha+\beta$，$\alpha-\beta$ 的正切都有意义的角，即 α，β，$\alpha\pm\beta$ 都不能取 $\frac{\pi}{2}+k\pi$，($k\in\mathbf{Z}$).

◇ 例题分析

例 6 不用计算器，求 $\tan15°$ 的值.

解 $\tan15°=\tan(60°-45°)=\dfrac{\tan60°-\tan45°}{1+\tan60°\tan45°}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{3}-1)(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}=$

$$\frac{-4+2\sqrt{3}}{-2}=\frac{-2(2-\sqrt{3})}{-2}=2-\sqrt{3}$$

例 7 计算：$\dfrac{1-\tan15°}{1+\tan15°}$.

解 原式$=\dfrac{\tan45°-\tan15°}{1+\tan45°\tan15°}=\tan(45°-15°)=\tan30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

例 8 已知：$\tan\alpha$ 与 $\tan\beta$ 分别是关于 x 的二次方程 $x^2-5x+6=0$ 的两根，求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值.

解 二次方程 $x^2-5x+6=0$ 的两根分别为

$$x_1=2,\ x_2=3$$

所以 $$\tan\alpha=2,\tan\beta=3$$

所以 $$\tan\alpha+\tan\beta=5$$

$$\tan\alpha\cdot\tan\beta=6$$

所以 $$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{5}{1-6}=-1$$

·课堂练习·

1. 不用计算器，求下列各式的值.

(1) $\tan75°$；　　(2) $\tan105°$.

2. 已知 $\tan\alpha=5$，$\tan\beta=2$，求 $\tan(\alpha-\beta)$的值.

3. 不用计算器，求下列各式的值.

(1) $\dfrac{1+\tan15°}{1-\tan15°}$；　　(2) $\dfrac{\sqrt{3}-\tan15°}{1+\sqrt{3}\tan15°}$.

习题 1.1

1. 化简.

(1) $\sin(45°+\alpha)+\sin(45°-\alpha)$；

(2) $\sin(30°+\alpha)+\sin(30°-\alpha)$；

(3) $\sin5°\cos55°+\cos5°\sin55°$；

(4) $\sin40°\cos10°-\cos40°\sin10°$.

2. 不用计算器，求下列各式的值.

(1) $\cos105°$；　　(2) $\cos15°$；

(3) $\sin\dfrac{5\pi}{12}$；　　(4) $\tan\dfrac{\pi}{12}$.

3. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，求 $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)$的值.

4. 已知 $\cos\alpha=-\dfrac{12}{13}$，$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)$的值.

5. 已知 $\tan\alpha=2$，求 $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$的值.

6. 化简.

(1) $\cos(75°+\alpha)\cos(15°+\alpha)+\sin(75°+\alpha)\sin(15°+\alpha)$；

(2) $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)-\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)$.

7. 不用计算器，求下列各式的值.

(1) $\dfrac{\tan23°+\tan22°}{1-\tan23°\tan22°}$；　　(2) $\dfrac{\tan75°-1}{\tan75°+1}$.

1.2 二倍角公式

1.2.1 二倍角的正弦

◇ 情景导入

如果 α 是任意角，等式 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha$ 成立吗？

◇ 知识探究

我们在和角正弦公式 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ 中，设 $\beta=\alpha$，就可以得到**二倍角正弦公式**：

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

◇ 例题分析

例 1 已知 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right)$，求 $\sin 2\alpha$ 的值.

解 由 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right)$，得

$$\cos\alpha=-\frac{4}{5}.$$

于是

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha = 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$$

例 2 不用计算器，求 $\sin 15^\circ\cos 15^\circ$ 的值.

解 原式 $=\dfrac{1}{2}\times 2\sin 15^\circ\cos 15^\circ=\dfrac{1}{2}\sin(2\times 15^\circ)=\dfrac{1}{2}\sin 30^\circ=\dfrac{1}{4}$

例 3 化简：$\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha$.

解 原式 $=\dfrac{1}{2}(2\sin\alpha\cos\alpha)\cos 2\alpha\cos 4\alpha=\dfrac{1}{2}\sin 2\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha=\dfrac{1}{4}(2\sin 2\alpha\cos 2\alpha)\cos 4\alpha=$

$\dfrac{1}{4}\sin 4\alpha\cos 4\alpha=\dfrac{1}{8}(2\sin 4\alpha\cos 4\alpha)=\dfrac{1}{8}\sin 8\alpha$

注意

二倍角公式表示了一个角的三角函数与它的二倍角的三角函数间的关系，它不仅适用于 2α 与 α，其他如 4α 与 2α，α 与 $\frac{\alpha}{2}$，$\alpha+\beta$ 与 $\frac{\alpha+\beta}{2}$ 等也都适用. 即二倍角正弦公式，在应用时，也可写做下列形式：

$$\sin 4\alpha=2\sin 2\alpha\cos 2\alpha$$

$$\sin\alpha=2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin(\alpha+\beta)=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

• 课堂练习 •

1. 已知 $\cos\alpha=\frac{5}{13}$，$\alpha\in\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$，求 $\sin 2\alpha$ 的值.

2. 不用计算器，求 $\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}$ 的值.

3. 化简：$\cos 2\alpha\cos\alpha\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}$.

1.2.2 二倍角的余弦

◇ 情景导入

你能猜出 $\cos 2\alpha$ 等于什么吗？

◇ 知识探究

同样地，在和角余弦公式 $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ 中，设 $\beta=\alpha$，就可以得到如下公式.

二倍角余弦公式

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

如果利用同角关系公式 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，将 $\sin^2\alpha$ 换成 $1-\cos^2\alpha$，或将 $\cos^2\alpha$ 换成 $1-\sin^2\alpha$，那么二倍角余弦公式还有下面两种形式：

$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$$

$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha$$

◇ 例题分析

例 4 根据下列条件，分别求出 $\cos 2\alpha$ 的值.

（1）$\sin\alpha=\frac{12}{13}$；

（2）$\cos\alpha=-\frac{7}{25}$；

（3）$\tan\alpha=\frac{3}{4}, \pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$.

解 （1）因为
$$\sin\alpha=\frac{12}{13}$$
所以
$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\left(\frac{12}{13}\right)^2=-\frac{119}{169}$$

（2）因为
$$\cos\alpha=-\frac{7}{25}$$
所以
$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\times\left(-\frac{7}{25}\right)^2-1=-\frac{527}{625}$$

（3）因为
$$\tan\alpha=\frac{3}{4},\ \pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$$
所以
$$\sin\alpha=-\frac{3}{5},\ \cos\alpha=-\frac{4}{5}$$
所以
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\left(-\frac{4}{5}\right)^2-\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{7}{25}$$
从这个例题可以看出，在求 $\cos 2\alpha$ 时，需根据不同的条件来选择适当的二倍角的余弦公式.

例 5 已知 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$，求 $\cos^2\frac{\alpha}{2}$ 的值.

解 因为
$$\cos\alpha=\frac{3}{5}$$
由
$$\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}-1$$
得
$$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$$
于是
$$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\frac{3}{5}}{2}=\frac{4}{5}$$

· 课堂练习 ·

1．已知 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\cos 2\alpha$ 及 $\sin 2\alpha$ 的值.

2．不用计算器，求 $\sin^2 22.5^\circ$ 的值.

3．化简：$(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)$.

1.2.3　二倍角的正切

◇ 情景导入

你能推导出 $\tan 2\alpha$ 等于什么吗?

◇ 知识探究

在和角正切公式 $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$ 中，设 $\beta=\alpha$，就可以得到

二倍角正切公式

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

(其中 α，2α 都不等于 $k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，即 $\alpha\neq\dfrac{1}{2}k\pi+\dfrac{\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$).

思考时刻

$\tan 240°$ 等于什么?

◇ 例题分析

例 6　已知 $\tan\alpha=2$，求 $\tan 2\alpha$ 的值.

解　因为

$$\tan\alpha=2$$

所以

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{2\times 2}{1-2^2}=-\frac{4}{3}$$

例 7　已知 $\tan 2\alpha=\dfrac{3}{4}$，求 $\tan\alpha$ 的值.

解　因为

$$\tan 2\alpha=\frac{3}{4}$$

代入公式

$$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

得

$$\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{3}{4}$$

即

$$3\tan^2\alpha+8\tan\alpha-3=0$$

解这个方程，得

$$\tan\alpha=-3 \text{ 或 } \tan\alpha=\frac{1}{3}$$

例 8　化简：$\dfrac{2\tan\dfrac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\dfrac{\alpha}{2}}\cdot\dfrac{6}{1-\tan^2\alpha}$.

解 原式$=\frac{6\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=3\cdot\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=3\tan2\alpha$

·课堂练习·

1. 已知 $\tan\alpha=-2$，求 $\tan2\alpha$ 的值.

2. 已知 $\tan2\alpha=-\frac{4}{3}$，求 $\tan\alpha$ 的值.

3. 不用计算器，求$\frac{\tan22.5°}{1-\tan^2 22.5°}$的值.

习题 1.2

1. 不用计算器，求下列各式的值.

(1) $2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}$；

(2) $\cos^2 22.5°-\sin^2 22.5°$；

(3) $2\sin^2 15°-1$；

(4) $\frac{\tan15°}{1-\tan^2 15°}$.

2. 化简.

(1) $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha$；

(2) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$

(3) $\frac{1-\cos2\alpha}{1+\cos2\alpha}$；

(4) $\frac{1}{1+\tan\alpha}-\frac{1}{1-\tan\alpha}$.

3. 已知 $\sin\alpha=0.6$，α 是锐角，求 $\sin2\alpha$ 与 $\cos2\alpha$ 的值.

4. 已知 $\cos\alpha=-0.8$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\sin2\alpha$，$\cos2\alpha$，$\tan2\alpha$ 的值(保留小数点后两位).

5. 已知 $\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{12}{13}$，求 $\cos\alpha$ 的值.

6. 已知 $\tan\frac{\alpha}{2}=2$，求 $\tan\alpha$ 的值.