

中等职业学校公共基础课程配套教学用书

数学

导学与同步练习

基础模块（上册）

主编 徐庆斌



汕头大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学导学与同步练习：基础模块·上册 / 徐庆斌主
编. — 汕头：汕头大学出版社，2023.6
ISBN 978-7-5658-5026-4

I. ①数… II. ①徐… III. ①数学课—中等专业学校
—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2023)第 092980 号

数学导学与同步练习：基础模块·上册 SHUXUE DAOXUE YU TONGBU LIANXI JICHU MOKUAI SHANGCE

主 编：徐庆斌

责任编辑：邹 峰

责任技编：黄东生

封面设计：易 帅

出版发行：汕头大学出版社

广东省汕头市大学路 243 号汕头大学校园内 邮政编码：515063

电 话：0754-82904613

印 刷：天津市蓟县宏图印务有限公司

开 本：880mm×1230mm 1/16

印 张：9.5

字 数：202 千字

版 次：2023 年 6 月第 1 版

印 次：2023 年 6 月第 1 次印刷

定 价：32.00 元

ISBN 978-7-5658-5026-4

版权所有，翻版必究

如发现印装质量问题，请与承印厂联系退换



PREFACE

前言

本书根据教育部制定的《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》(以下简称《课程标准》)编写而成,旨在落实立德树人根本任务,发展素质教育,帮助学生获得数学基础知识和基本技能、掌握基本数学思想、积累基本数学活动经验、形成理性思维和科学精神。

本书是与中等职业学校公共基础课程教材《数学 基础模块(上册)》配套的练习册。全书内容与教材对应,设置“知识梳理”“例题详解”“规律总结”“实战训练”等模块,融导学和课堂练习为一体。“例题详解”含每个例题的变式训练,用于考查学生举一反三、学以致用的能力。“实战训练”分为A组和B组,A组针对《课程标准》中学业质量水平一的要求而设置,以基础知识考查为主;B组针对《课程标准》中学业质量水平二的要求而设置,相对A组提升了一定难度。每章前提出“学习目标”,便于教师参考,也为学生的复习指明方向。每章配备一套测试卷,用于检测学生对本章知识的掌握程度。本书末还附有两套综合模拟测试卷,供学生全面总结、复习巩固使用,也可作为期末考试卷。

本书可供中等职业学校的学生使用。

本书在编写过程中,得到了相关教学研究专家的悉心指导和大力支持,在此一并表示感谢!由于编者水平有限,书中难免有不足之处,敬请广大读者批评指正,以便后续修订和完善。

编者

CONTENTS

目 录

第 1 章 集合	1
1.1 集合及其表示	1
1.1.1 集合的概念	1
1.1.2 集合的表示法	6
1.2 集合之间的关系	11
1.3 集合的运算	16
1.3.1 交集	16
1.3.2 并集	19
1.3.3 补集	23
第 1 章测试卷	28
第 2 章 不等式	31
2.1 不等式的基本性质	31
2.1.1 实数的大小	31
2.1.2 不等式的性质	34
2.2 区间	39
2.3 一元二次不等式	42
2.4 含绝对值的不等式	47
2.5 不等式应用举例	53
第 2 章测试卷	58
第 3 章 函数	61
3.1 函数的概念	61
3.2 函数的表示方法	66

3.3 函数的性质	71
3.3.1 函数的单调性	71
3.3.2 函数的奇偶性	76
3.3.3 几种常见的函数	81
3.4 函数的应用	86
第3章测试卷	92

第4章 三角函数 95

4.1 角的概念的推广	95
4.1.1 任意角	95
4.1.2 终边相同的角	99
4.2 弧度制	102
4.3 任意角的三角函数	106
4.3.1 任意角的三角函数定义	106
4.3.2 单位圆与三角函数	109
4.4 同角三角函数的基本关系	113
4.5 诱导公式	117
4.6 正弦函数的图像和性质	122
4.6.1 正弦函数的图像	122
4.6.2 正弦函数的性质	126
4.7 余弦函数的图像和性质	130
4.8 已知三角函数值求角	134
第4章测试卷	138

综合模拟测试卷一	141
----------------	-----

综合模拟测试卷二	144
----------------	-----

第1章 集合

学习目标

1. 理解集合、元素的概念及集合与元素的关系.
2. 掌握集合的列举法与描述法,会用适当的方法表示集合.
3. 掌握集合之间的关系和集合的运算.

1.1 集合及其表示

1.1.1 集合的概念

知识梳理

1. 集合的概念:通常将某些_____的对象看成一个_____就构成一个集合,简称为集.组成集合的对象称为这个集合的_____.
2. 集合的表示:一般用大写英文字母 A, B, C, \dots 表示_____,用小写英文字母 a, b, c, \dots 表示集合中的_____.
3. 元素与集合的关系:如果 a 是集合 A 的元素,就说 a _____ A ,记作_____ ;如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a _____ A ,记作_____.
4. 集合元素的性质:
 - (1)确定性:对于给定的集合,它的元素必须是_____的.
 - (2)互异性:对于给定的集合,它的元素是_____的,相同的对象归入同一个集合时,只能算作这个集合的一个元素.
 - (3)无序性:对于给定的集合,不考虑元素之间的_____.
5. 常见数集:由_____组成的集合称为数集.常见数集的记法如下表所示:



C 选项中只要是满足 $x > \frac{5}{2}$ 的实数均可, 这样的数有无限个, 故为无限集, C 选项正确;

D 选项中平面内到定点 $P(0,0)$ 的距离等于 3 的点是圆心为 $(0,0)$ 、半径为 3 的圆上的所有的点, 有无限个, 故为无限集, D 选项错误.

变式训练 下列集合中, 是有限集的是().

- A. 不超过 9 的所有自然数组成的集合
 B. 大于 9 的所有自然数组成的集合
 C. 小于 9 的所有整数组成的集合
 D. 平面内到定点 $(1,2)$, $(3,4)$ 的距离相等的点的集合

例 3 下列元素与集合的关系中, 正确的是().

- A. $-1 \in \mathbf{N}$ B. $0 \notin \mathbf{N}^*$ C. $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$ D. $\frac{2}{5} \notin \mathbf{R}$

点拨 本题考查常见数集的记法及元素与集合的关系.

解析 B

- A. 因为自然数集 \mathbf{N} 中没有负数, -1 为负数, 故 $-1 \notin \mathbf{N}$, A 错误;
 B. 因为正整数集 \mathbf{N}^* 中的元素是所有正整数, 0 不是正整数, 故 $0 \notin \mathbf{N}^*$, B 正确;
 C. 因为有理数集 \mathbf{Q} 表示所有有理数, $\sqrt{3}$ 是无理数, 故 $\sqrt{3} \notin \mathbf{Q}$, C 错误;
 D. \mathbf{R} 为实数集, 分数 $\frac{2}{5}$ 是实数, 故 $\frac{2}{5} \in \mathbf{R}$, D 错误.

变式训练 设 A 是小于 4 的有理数组成的集合, 则下列结论中错误的是().

- A. $-2 \in A$ B. $\frac{1}{3} \in A$ C. $\pi \in A$ D. $3 \in A$

例 4 求集合 $\{a^2+a, 4a\}$ 中 a 的取值范围.

点拨 考查集合元素的互异性.

解析 由集合元素的互异性可得 $a^2+a \neq 4a$,

$$\therefore a^2 \neq 3a,$$

$$\therefore a \neq 0 \text{ 且 } a \neq 3.$$

变式训练 已知集合 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$, 且 $1 \in A$, 求实数 a 的值.

规律总结

1. 空集是一个集合,它不含任何元素.
2. 0 是自然数,它可以作为某一集合的一个元素.

实战训练

A 组

1. 判断下列对象能否组成集合.

- (1) 高一数学课本中的所有难题;
- (2) 不等式 $x+5 < 0$ 的所有正整数解;
- (3) 全国著名的高等院校;
- (4) 中国古代四大发明;
- (5) NBA 联盟中所有优秀的篮球运动员;
- (6) 方程 $x^2 = 2$ 的正实数解.

2. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空.

- (1) -5 _____ \mathbf{N} , 0 _____ \mathbf{N} , $|-3|$ _____ \mathbf{N} ;
- (2) 1.5 _____ \mathbf{Z} , 3 _____ \mathbf{Z} , -10 _____ \mathbf{Z} ;
- (3) -0.4 _____ \mathbf{Q} , 3.14 _____ \mathbf{Q} , π _____ \mathbf{Q} ;
- (4) 2.5 _____ \mathbf{R} , $\sqrt{2}$ _____ \mathbf{R} , $3.141\ 5$ _____ \mathbf{R} .

3. 判断下列集合哪些是有限集,哪些是无限集,哪些是空集.

- (1) 不等式 $x^2 + x + 1 < 0$ 的解集;
- (2) 方程 $10 - x = 10$ 的解集;
- (3) 本学期开设的所有课程组成的集合;
- (4) 平面直角坐标系中第三象限内的所有点组成的集合;
- (5) 大于 1 小于 50 且能被 3 整除的自然数组成的集合;
- (6) 所有周长等于 10 cm 的三角形组成的集合.



B 组

1. 下列集合哪些是有限集？哪些是无限集？

- (1) 小于 10^{40} 的正整数组成的集合；
- (2) 平面直角坐标系中横坐标和纵坐标相等的点组成的集合；
- (3) 数轴上表示大于0且小于1的无理数的点组成的集合；
- (4) 函数 $y=2x$ 的图像上的点组成的集合；
- (5) 面积为1的矩形组成的集合；
- (6) 面积为1的正三角形组成的集合.

2. 已知关于 x 的方程 $ax+b=0$,

- (1) 当实数 a, b 满足什么条件时, 方程的解集是有限集?
- (2) 当实数 a, b 满足什么条件时, 方程的解集是无限集?
- (3) 当实数 a, b 满足什么条件时, 方程的解集是空集?

3. 已知集合 A 由元素 $a-3, 2a-1, a^2-4$ 组成, 且 $-3 \in A$, 求实数 a 的值.

1.1.2 集合的表示法

知识梳理

1. 列举法:把集合的_____一一列举出来,中间用_____隔开,并用_____把它们括起来,这种表示集合的方法称为列举法.

2. 描述法:利用集合所含元素的_____表示集合的方法称为描述法.描述法的一般表示形式为_____,其中“_____”是集合中元素的代表形式,“_____”是集合中元素的共同特征,两者之间的“_____”不可省略.

例题详解

例 1 用列举法表示大于 2 且小于 9 的偶数构成的集合为().

- A. \emptyset B. $\{4, 6, 8\}$ C. $\{3, 5, 7\}$ D. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

点拨 熟悉集合的列举法.

解析 B

先将集合中的元素一一列举出来,偶数为能被 2 整除的数,所以元素有 4, 6, 8. 再将元素之间用逗号隔开,并用大括号括起来即可. 可写为 $\{4, 6, 8\}$, 故选 B.

变式训练 用列举法表示下列集合.

- (1) 小于 4 的所有自然数组成的集合;
- (2) 方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解集;
- (3) 全体正偶数组成的集合;
- (4) 方程组 $\begin{cases} x - y = 0, \\ x + y = 2 \end{cases}$ 的解组成的集合.

例 2 用描述法表示下列集合.

- (1) 绝对值不大于 2 的所有有理数组成的集合;
- (2) 不等式 $-2x + 4 > 0$ 的所有解组成的集合;
- (3) 被 3 除余 2 的所有自然数组成的集合;
- (4) 平面直角坐标系中第四象限内的所有点组成的集合.

点拨 熟悉集合的描述法.



解析 (1) $\{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbf{Q}\}$; (2) $\{x \mid x < 2\}$; (3) $\{x \mid x = 3k + 2, k \in \mathbf{N}\}$; (4) $\{(x, y) \mid x > 0, y < 0\}$.

变式训练 用描述法表示下列集合.

- (1) 绝对值不超过 4 的所有实数组成的集合;
- (2) 所有正奇数组成的集合;
- (3) 除以 6 余数为 2 的所有正数组成的集合;
- (4) 平面直角坐标系中第一、三象限内的所有点组成的集合.

规律总结

1. 使用列举法的要点:

- (1) 元素之间用逗号“,”隔开;
- (2) 元素不能重复;
- (3) 元素不能遗漏;
- (4) 无须考虑元素的排列顺序;
- (5) 适用于元素较少的集合.

2. 使用描述法的要点:

- (1) 明确集合中的代表元素;
- (2) 明确集合中元素的特性;
- (3) 描述元素特性时语言要简明、准确、无歧义;
- (4) 所有描述的内容都写在大括号内.

实战训练

A 组

1. 选择题.

(1) 下列集合能用列举法表示的是().

A. $\{x \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$

B. $\{x \mid 0 < x < 1\}$

C. {面积等于 10 m^2 的长方形}

D. $\{x \mid x - 1 > 0\}$

(2)用列举法表示集合 $\{x|x<3 \text{ 且 } x\in\mathbf{N}\}$ 为().

- A. $\{1,2,3\}$ B. $\{1,2\}$ C. $\{0,1,2,3\}$ D. $\{0,1,2\}$

(3)方程 $x^2-5x-6=0$ 的解集为().

- A. $\{1,-6\}$ B. $\{-1,6\}$ C. $\{2,3\}$ D. $\{-2,-3\}$

(4)平面直角坐标系中第一象限内的所有点组成的集合为().

- A. $\{(x,y)|x>0,y>0\}$ B. $\{(x,y)|x\geq 0,y\geq 0\}$
 C. $\{(x,y)|x<0,y<0\}$ D. $\{(x,y)|x\leq 0,y\leq 0\}$

2. 用列举法表示下列集合.

- (1)方程 $x^2-6x+8=0$ 的解集;
 (2)大于-3且小于16的所有奇数组成的集合;
 (3)一年中不满31天的月份组成的集合;
 (4)小于20的所有质数组成的集合.

3. 用描述法表示下列集合.

- (1) $\{1,3,5,7,9,11\}$;
 (2)大于10且小于20的所有整数组成的集合;
 (3)平面内到原点O的距离等于1的所有点组成的集合;
 (4)被5除余数为2的所有正整数组成的集合.



4. 用适当的方法表示下列集合.

- (1) 所有非负奇数组成的集合;
- (2) 平面直角坐标系中第二象限内的所有点组成的集合;
- (3) 所有小于 10 的既是奇数又是质数的自然数组成的集合;
- (4) 不等式 $4x-6 < 5$ 的解集;
- (5) 比 5 大 3 的数组成的集合;
- (6) 二次函数 $y=x^2-10$ 的图像上的所有点组成的集合.

B 组

1. 用列举法表示下列集合.

- (1) $A = \left\{ x \mid \frac{12}{5-x} \in \mathbf{N}^*, x \in \mathbf{Z} \right\};$
- (2) $B = \left\{ \frac{12}{5-x} \in \mathbf{N}^* \mid x \in \mathbf{Z} \right\};$
- (3) $C = \{ y \mid y = -x^2 + 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N} \};$
- (4) $D = \left\{ x \mid \frac{p}{q} = x, p+q=5, p \in \mathbf{N}, q \in \mathbf{N}^* \right\}.$

2. 分别用描述法和列举法表示下列集合.

(1) $x^2 + 7x + 12 = 0$ 的解集;

(2) 方程组 $\begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = 5 \end{cases}$ 的解集;

(3) 一次函数 $y = 3x$ 与 $y = 2x + 7$ 的图像的交点组成的集合.

3. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 - 3x + 2 = 0\}$, 其中 a 为常数.

(1) 若 A 为空集, 求 a 的取值范围;

(2) 若 A 中只有一个元素, 求 a 的值;

(3) 若 A 中至多有一个元素, 求 a 的取值范围.