普通高等教育创新教材

公共基础课系列

大学物理

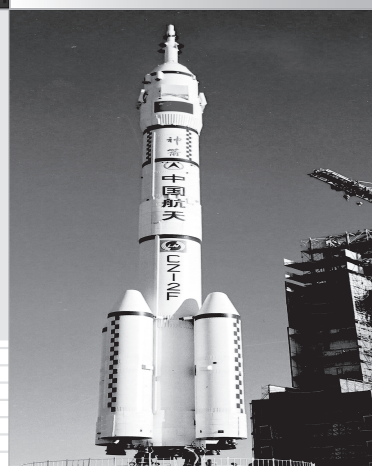
普通高等教育创新教材编审委员会著

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

普通高等教育创新教材

公共基础课系列

大学物理



普通高等教育创新教材编审委员会著

陈伯俊　刘奎立 主　编
周思华　郭荣艳　宋宏权 副主编
王　剑　郭艳花　劳晓东 编　委
王玉梅　李凌薇

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理/普通高等教育创新教材编审委员会著. —武汉：武汉大学出版社，2011.8

普通高等教育创新教材

ISBN 978-7-307-09138-2

Ⅰ. 大… Ⅱ. 普… Ⅲ. 物理学—高等学校—教材 Ⅳ. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 172736 号

责任编辑：张东红

出版发行：**武汉大学出版社** （430072 武昌 珞珈山）

（电子邮件：cbs22@whu.edu.cn 网址：www.wdp.com.cn）

印刷：北京泽宇印刷有限公司

开本：787×1092 1/16 印张：18.5 字数：405 千字

版次：2011 年 8 月第 1 版 2014 年 1 月第 2 次印刷

ISBN 978-7-307-09138-2/O·457 定价：35.00 元

内 容 简 介

本书是依据《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010－2020年)》的指导精神,并结合教育部《关于深化教学改革培养适应二十一世纪需要的高质量人才的意见》及普通高等教育教学特点编写而成。

全书共分五篇,12章。第一篇:力学。第1章至第3章分别为:质点运动学、质点动力学、刚体力学。第二篇:热学。第4章、第5章分别为:气体动理论、热力学基础。第三篇:电磁学。第6章至第8章分别为:真空中的静电场、稳恒磁场、电磁感应 电磁场。第四篇:振动和波动光学。第9章至11章分别为:机械振动、机械波、波动光学。第五篇:近代物理部分。第12章,近代物理部分。

本书可作为本科院校的公共基础课教材,也可供高职高专院校、成人高校及本科院校的二级职业技术学院和民办高校学生使用,亦可作为从事职业、就业指导工作人员的参考用书。

前　言

为满足全国非物理类本科专业大学物理的教学需要，根据教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会2004年确定的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》，我们编写了《大学物理》一书。

物理学是一门研究自然界中最基本、最普遍的物质运动形式及物质构成的科学。在历史上，物理学的许多重要发现和理论，都曾引起世界发生革命性的变化，也大大地改变了人类的生活质量。例如，电磁学的发展使人们通过大规模地使用电能实现了电气化、电子化；相对论和量子理论的建立和发展使人们对宇宙起源及构造有了突破性的认识，也促进了半导体工业、通信技术、核能利用等的崛起和发展。物理学不仅内容丰富，而且研究方法也在不断发展。

本书涵盖了教育部新制定的《非物理类理工学科大学物理课程教学基础要求》中的核心内容，按照压缩经典、简化近代、突出重点的原则精选和组织内容。全书共分12章，涉及力学、热学、电磁学、振动和波动光学、近代物理等。全书内容深浅适当，讲解正确清晰，叙述引人入胜，例题指导详尽，全书联系实际，特别是注意介绍物理知识和物理思想在实际中的应用。对于非物理专业的读者来说，我们相信在今后的工作与生活中，都将从所学到的物理学知识及其研究方法中得到益处、受到启迪，甚至激发出灵感。

全书由陈伯俊主编并负责统稿，编者如下：陈伯俊（第1章、第2章第1～5节）、刘奎立（第3章、第12章）、周思华（第2章第6节、第4章）、郭荣艳（第6章第5节、第7章）、宋宏权（第11章）、王剑（第6章第1～4节）、郭艳花（电磁学引论部分）、劳晓东（第2章第7～8节、第5章）、王玉梅（第9章、第10章）、李凌薇（第8章、附录）。

在本书编写的过程中，我们参考了大量文献资料，在此对原作者表示感谢！本书编写过程中，得到了许多专家、教授的支持和帮助，并提出了许多宝贵意见，在此表示诚挚的谢意！

由于编者水平有限，疏漏之处在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

目 录

第一篇 力学

第 1 章 质点运动学

第 2 章 质点动力学

第 3 章 刚体力学

第二篇　热学

第 4 章　气体动理论

第 5 章　热力学基础

第三篇　电磁学

第 6 章　真空中的静电场

第 7 章　稳恒磁场

第 8 章　电磁感应　电磁场

第四篇　振动和波动光学

第 9 章　机械振动

第 10 章　机械波

第 11 章　波动光学

第五篇　近代物理部分

第12章　近代物理部分

附录

第一篇 力学

力学是研究物体机械运动的科学.一个物体相对另一个物体的空间位置随时间的变化，或者一个物体内部各部分之间的相对位置随时间的变化，称为机械运动.例如，地面上车辆的运动，地球绕太阳的运动，流体的流动，弹性体的流动等都是机械运动.机械运动是物质运动最简单、最基本的形式，几乎在物质运动的所有形式中都包含有机械运动，因而力学成为物理学和工程技术的基础.

力学是人们在生产实践和科学实验的基础上逐渐发展起来的.由于在日常生活和生产实践中无处不接触到机械运动，因此人们很早以前就已经积累了相当丰富的经验和力学知识，使力学成为最古老的学科之一.我国的墨翟(公元前468—前382年)在《墨经》一书中，就对力的概念、杠杆原理等作了科学的阐述.在力学的发展过程中，经过无数人的长期努力，特别是牛顿在总结了伽利略、开普勒等人工作的基础上，并根据自己的科学实践创立了万有引力定律和牛顿运动三定律，从此奠定了经典力学的基础.

学习物理学一般总是从经典力学开始.这除了因为力学本身的重要性外，还在于它是学习物理学中其他部分的基础.同时，它也是学习后继其他课程的重要基础.本篇分为质点运动学、质点动力学和刚体力学三章.

第1章　质点运动学

物体的运动及其变化是与作用在物体上的力有关的.本章不考虑力和物体运动变化之间的因果关系,只着眼于物体的运动情况,研究物体空间位置随时间变化的数学描述,主要内容为:位置矢量、位移、速度和加速度等基本概念及质点的曲线运动和相对运动等.

任何物体都有大小和内部结构.当物体运动时,一般来说,物体上各点的运动状态是各不相同的.如果在我们研究的问题中,物体上各点运动状态的区别只占次要地位,我们就可以忽略物体的大小,而把它看作一个有质量的几何点,称为质点.有些实际问题中虽不能把物体视为质点,但可以把它看作是大量质点的集合,通过研究质点的运动规律,就可以进一步研究整个物体的运动规律.因此,研究质点的运动规律是研究一般物体运动规律的基础.

实际物体总是有大小的,不是真正的质点.另外,物体受力总是要发生形变的.质点是对复杂的实际问题进行全面分析的基础上,在一定条件下建立的物理模型.它们保留了实际物体的主要特征,暂不考虑次要因素,这种科学抽象的研究问题的思维方法,在物理学中是常见的.

1.1　参考系　坐标系　物理模型

要研究质点的运动,首先必须做三点准备,即选择参考系、建立坐标系、提出物理模型.质点的绝对位置和绝对运动是没有意义的,我们所谈质点的位置和运动,都是相对于某个参照系而言的.

1.1.1　参考系

自然界中所有的物体都在不停地运动,运动是绝对的,绝对静止的物体是不存在的.例如在地面上相对静止的树木随地球一起以 3.0×10^4 m/s 的速度绕太阳运转,而太阳又以 2.5×10^5 m/s 的速度在银河系中运动.运动是物质的固有属性,运动和物质是不可分割的.这就是运动的绝对性.但是,对运动的描述却是相对的.在确定研究对象的位置时,必须选定另一个标准物体(或相对静止的几个物体)作为基准,然后再研究这个运动物体相对于参考物体是如何运动的.这个被选中标准的物体或物体群,称为参考系.

同一物体的运动,由于所选参考系不同,对其运动描述就会不同.例如在匀速直线运动的车厢中,物体的自由下落,相对于车厢是作直线运动;相对于地面,却是作抛物线运动;相对于太阳或其他天体,运动的描述则更为复杂.这一事实充分说明了运动的描述是相对的.

从运动学的角度讲,参考系的选取是任意的,通常以对问题的研究最方便、最简单为原则.研究地球上物体的运动,在大多数情况下,以地球为参考系最为方便(以后如不作特别说

明，研究地面上物体的运动，都以地球为参考系）. 但是，当地球上发射人造“宇宙小天体”时，则应以太阳为参考系.

1.1.2　坐标系

要想定量地描述物体的运动，就必须在参考系上建立适当的坐标系. 在力学中常用的有直角坐标系. 根据需要，也可以选用极坐标系、自然坐标系、球面坐标系或柱面坐标系等.

总的来说，当参考系选定后，无论选择何种坐标系，物体的运动性质都不会改变. 然而，坐标系选择得当，可使计算简化.

1.1.3　物理模型

任何一个真实的物理过程都是极为复杂的. 为了寻找某过程中最本质、最基本的规律，总是根据所提问题（或所要回答的问题），对真实过程进行理想化的简化，然后经过抽象提出一个可供数学描述的物理模型.

例如绕太阳公转的地球和调度室中铁路运行图上的列车等；或当物体作平动时，物体上各部分的运动情况（轨迹、速度、加速度）完全相同. 这时可以忽略物体的形状、大小，而把它看成一个具有一定质量的点，并称之为质点. 若物体的运动在上述两种情形情况之外，还可以推出质点系的概念. 即把这个物体看成是由许许多多满足第一种情况的质点所组成的系统. 当把组成这个物体的各个质点的运动情况弄清楚了，也就描述了整个物体的运动.

理想化模型的引入，在物理学中是一种常见的、重要的科学分析方法. 在力学中除质点模型外，在后续章节中还会遇到刚体、理想流体、谐振子及理想弹性介质等物理模型.

综上所述，选择合适的参考系，以方便确定物体的运动性质；建立恰当的坐标系，以定量地描述物体的运动；提出较准确的物理模型，以确定所提出问题最基本的运动规律.

1.2　质点运动的描述

1.2.1　位矢　位移

1. 位矢

物体位置的变化称为机械运动. 物体做机械运动时，若其体内任意一条直线在运动中始终保持与自身平行，此物体的机械运动叫做平动，平动物体中任意一点的运动状态都是完全相同的. 所以，除了大小可以忽略不计的物体可以看作质点外，平动的物体也可视为质点.

对于一个运动的质点，其位置是时刻变化的，我们可以用一个矢量来确定. 在选定的参考系上建立直角坐标系，空间任一质点 P 的位置，可以从原点 O 向 P 点作一矢量 $\boldsymbol{r}$，如图1-1所示，$\boldsymbol{r}$ 的端点就是质点的位置，$\boldsymbol{r}$ 的大小和方向完全确定了质点相对参考系的位置，$\boldsymbol{r}$ 称为位置矢量，简称位矢.

P 点的直角坐标为位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿 x,y,z 轴的投影，用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x,y,z 三个坐标正方向的单位矢量，则位矢可表示为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

位矢的大小为

$$|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

用 α,β,γ 分别表示 x,y,z 三个坐标轴的夹角，则位矢的方向余弦可由下式确定

$$\cos\alpha=\frac{x}{|\boldsymbol{r}|}\qquad\cos\beta=\frac{y}{|\boldsymbol{r}|}\qquad\cos\gamma=\frac{z}{|\boldsymbol{r}|}$$

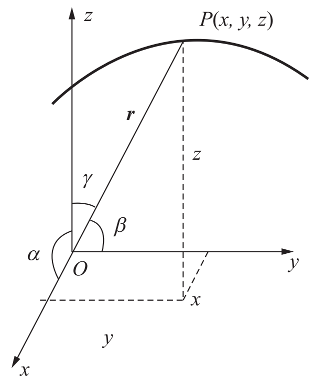


图 1-1　质点的位置矢量

所谓运动，实际上就是位置随时间的变化，即位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 为时间 t 的函数

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}&=\boldsymbol{r}(t)\\&=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-2}$$

在直角坐标系中的分量式为

$$\left.\begin{aligned}x&=x(t)\\y&=y(t)\\z&=z(t)\end{aligned}\right\} \tag{1-3}$$

上式从数学上确定了在选定的参考系中质点相对于坐标系的位置随时间变化的关系，称为质点的运动方程.

知道了质点的运动方程，就能确定任意时刻质点的位置，从而确定质点的运动. 从质点的运动方程中消去时间 t，即可得质点的轨迹方程.

例如，在直角坐标系中，质点从原点 O 开始，以速度 v_0 沿 x 轴做平抛运动，其运动方程为

$$x=v_0t,\ y=-\frac{1}{2}gt^2$$

从上两式中消去 t，可得到质点的轨迹方程为

$$y=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$$

这是一条抛物线.

可见，确定质点的运动方程是研究质点运动的一个重要环节.

2. 位移

质点运动时，其位置将随时间变化. 如图 1-2 所示，设质点沿曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 运动，在 t 时刻，质点在 A 处，在 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 B 处，A，B 两点的位矢分别由 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$ 和表示，质点在

Δt 时间间隔内位矢的增量

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1 \tag{1-4}$$

称之为位移. 它是描述物体位置变动大小和方向的物理量，在图上就是由起始位置 A 指向终止位置 B 的一个矢量.

位移是矢量，它的运算遵守矢量加法的平行四边形法则或三角形法则. 如图 1-3 所示，位移的模只能记作 $|\Delta \boldsymbol{r}|$，不能记作 Δr. Δr 通常表示位矢的模的增量，即 $\Delta r=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|$，而 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 则是位矢增量的模(即位移的模)，而且通常情况下 $|\Delta \boldsymbol{r}|\neq \Delta r$.

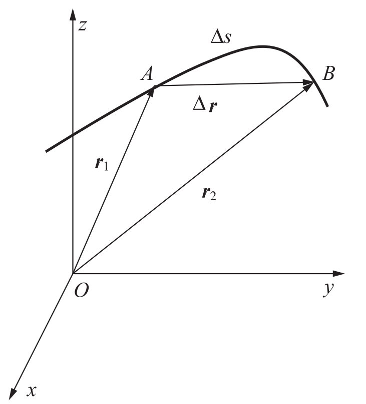


图 1-2　位移

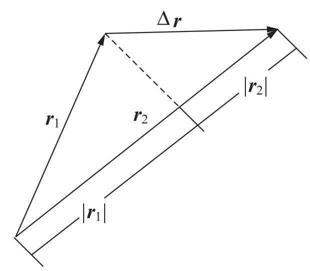


图 1-3　位移的大小

需要注意的是，位移表示物体位置的变化，并非质点所经历的路程. 例如在图 1-2 中，位移是有向线段 $\boldsymbol{AB}$，它的量值 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 为割线 AB 的长度. 路程是标量，即曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 的长度，通常记作 Δs. 一般来说，$|\Delta \boldsymbol{r}|\neq \Delta s$. 显然，只有 Δt 在趋近于零时，才有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$. 应当指出，即使在 $\Delta t \to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}r$ 这个等式也不成立.

在直角坐标系中，位移的表达式为

$$\Delta \boldsymbol{r}=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k} \tag{1-5}$$

位移的模为

$$|\Delta \boldsymbol{r}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2} \tag{1-6}$$

位移和路程的单位均是长度的单位，国际单位制(SI 制)中为 m.

1.2.2　速度

速度是表示质点位置变化快慢和变化方向的物理量.

设质点按运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 作一般曲线运动，从时刻 t(位置 A)开始，经过一段时间，发生的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$. 我们把 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和 Δt 的比值，称为质点在这一段时间内的平均速度. 用 $\Delta\ \bar{\boldsymbol{v}}$ 表示，即

$$\Delta \bar{v}=\frac{\Delta r}{\Delta t} \tag{1-7}$$

平均速度$\bar{v}$是矢量，它的方向与$\Delta \bar{v}$的方向相同，如图1-4所示.

平均速度只能粗略的描述在时间Δt内质点平均运动的快慢，它不仅与t有关，而且与Δt也有关.为了精确地描述质点在t时刻的运动快慢，令$\Delta t \to 0$，这样，平均速度就会趋近于一个确定的极限矢量.这个极限矢量称为质点在时刻t的瞬时速度，简称速度，用表示$\boldsymbol{v}$，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

按照导数的定义，这个极限就是$\boldsymbol{r}$对时间t的一阶导数.

速度是矢量，具有大小和方向.它的大小等于单位时间内发生位移的大小，方向为当$\Delta t \to 0$时，$\Delta \boldsymbol{r}$的极限方向，即轨迹曲线在P处的切线方向，如图1-5所示.

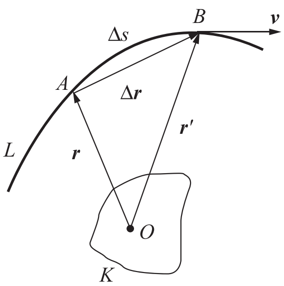


图 1-4

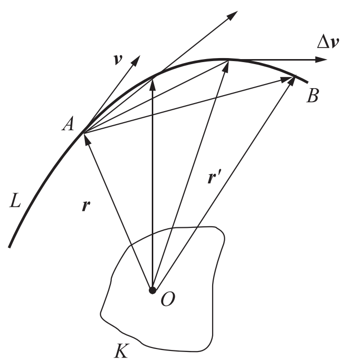


图 1-5

在直角坐标系中，由式(1-1)可知，速度可表示成

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{k}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1-9}$$

式中，$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，$v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$叫做速度在$x$，$y$，$z$轴的分量.这时速度的模可表示成

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-10}$$

在描述质点的运动时，还有一个常用的物理量——速率.速率是标量，等于质点在单位时间内所行经的路程，而不考虑质点运动的方向.如图1-4所示，在时间Δt内质点所行经的路程为曲线，其长度为Δs，那么Δs与Δt的比值就称为t时刻附近Δt时间内的平均速率，即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-11}$$

平均速率和平均速度不能等同看待.例如，在某一段时间内，质点环行了一个闭合路径，显然质点的位移等于零，平均速度也为零，而质点的平均速率则不为零.

但在 $\Delta t\to 0$ 的极限条件下，曲线$\overset{\frown}{AB}$的长度与直线 AB 的长度 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 相等，即在 $\Delta t\to 0$ 时，$\mathrm{d}s=|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$，所以瞬时速率

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=|\boldsymbol{v}| \tag{1-12}$$

即瞬时速率就是瞬时速度的模.

速度和速率在量值上都是长度与时间之比，国际单位制(SI 制)中为 m/s.

1.2.3　加速度

在力学中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$ 都是描述物体机械运动的状态参量. 为了描述质点速度的变化，还将引入加速度的概念. 加速度是用来描述速度矢量随时间变化率的物理量.

在变速运动中，加速度反应了物体的速度随时间的变化. 这个变化可以是运动快慢的变化，也可以是运动方向的变化，或者速度的大小和方向都在变化. 如图 1-6 所示，$\boldsymbol{v}_1$ 表示质点在时刻 t、位置 A 处的速度，$\boldsymbol{v}_2$ 表示质点在时刻 $t+\Delta t$、位置 B 处的速度. 从速度矢量图可以看出，在时间 Δt 内质点的速度增量为

$$\Delta \boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$$

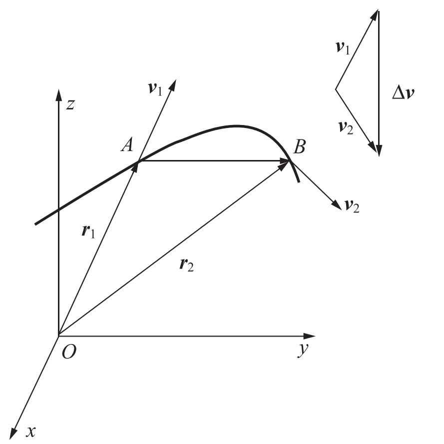


图 1-6　速度的增量

与平均速度的定义相类似，比值$\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$称为 t 时刻附近 Δt 时间内的平均加速度，即

$$\Delta\,\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1}{\Delta t}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-13}$$

平均加速度只反映在时间 Δt 内速度的平均变化率. 为了准确的描述质点在某一时刻 t(或某一位置处)的速度变化率，必须引入瞬时加速度.

质点在某时刻或某位置处的瞬时加速度(简称加速度)等于该时刻附近 Δt 趋近于零时平均加速度的极限值，数学表述为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-14}$$

即，加速度是速度对时间的一阶导数，或位矢对时间的二阶导数.

在直角坐标系中，加速度的表达式为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1-15}$$

式中，$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}$，$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}$，$a_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$称为加速度在 x,y,z 轴的分量. 加速度的模为

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1-16}$$

其方向为 $\Delta t\to 0$ 时，平均加速度$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$或速度增量的极限方向.

加速度在量值上是速度与时间之比，国际单位制(SI 制)中为 $\mathrm{m/s^2}$.

【例 1-1】 如图，一人用绳子拉着小车前进，小车位于高出绳端 h 的平台上，人的速率 v_0 不变，求小车的速度和加速度的大小.

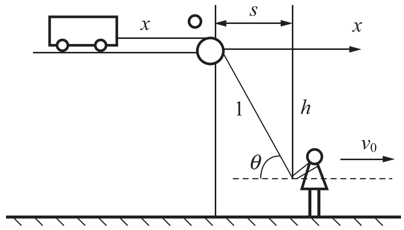


图 1-7 例 1-1 图示

解 小车沿直线运动，以小车前进方向为 x 轴正方向，以滑轮为坐标原点，小车的坐标为 x，人的坐标为 s，由速度的定义，小车和人的速度大小应为

$$v_{车}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad v_{人}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v_0$$

由于定滑轮不改变绳长，所以小车坐标的变化率等于拉小车的绳长的变化率，即

$$v_{车}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$$

又由图 1-7 可看出，

$l^2=s^2+h^2$，两边对 t 求导得

$$2l\,\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=2s\,\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

或

$$v_{车}=\frac{v_{人}\,s}{l}=v_{人}\frac{s}{\sqrt{s^2+h^2}}=\frac{v_0\,s}{\sqrt{s^2+h^2}}$$

同理可得小车的加速度大小为

$$a=\frac{\mathrm{d}v_{车}}{\mathrm{d}t}=\frac{v_0^2h^2}{(s^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

1.3　平面曲线运动

若物体的运动轨迹为曲线，则称为曲线运动. 为了描述曲线运动的弯曲程度，通常用曲率和曲率半径来表示. 本节仅讨论二维曲线运动，即平面曲线运动.

从曲线上邻近的两点 A、B 各引一条切线，这两条切线间的夹角为 $\Delta\theta$，A、B 两点间的弧长为 Δs，则 A 点的曲率定义为

$$k=\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta s}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} \tag{1-17}$$

若曲线上无限邻近的两点上的两条切线的夹角 $\mathrm{d}\theta$ 称为邻切角，则上式表明，曲线上某点的曲率等于邻切角 $\mathrm{d}\theta$ 与所对应的圆弧 $\mathrm{d}s$ 之比.

一般情况下，曲线上不同的点有不同的曲率，曲率越大则曲线弯得越厉害. 很明显，同一圆周上各点的曲率都相同.

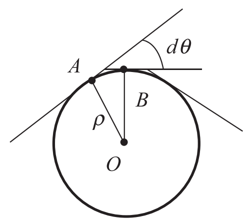


图 1-8　曲率、曲率圆、曲率半径

过曲线上某一点作圆，若该圆的曲率与曲线在该点的曲率相等，则称它为该点的曲率圆，而其圆心 O 和半径分别称为曲线上该点的曲率中心和曲率半径(图 1-8)，且有

$$\rho=\frac{1}{k}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta} \tag{1-18}$$

1.3.1　圆周运动

做曲线运动的物体，若其运动轨迹是一个圆，这样的曲线运动就叫圆周运动. 质点沿着圆周运动有两种情况：匀速圆周运动与非匀速圆周运动.

质点做圆周运动时，若任意相等的时间内质点经过的弧长都相等，这样的圆周运动叫做匀速圆周运动，否则为非匀速圆周运动. 质点做匀速圆周运动时，其速度的方向是时刻变化的，因此匀速圆周运动并不是匀速运动.

对于圆周运动，由于其轨道的曲率和曲率半径处处相等，而速度的方向始终在圆周的切线上，因此，对圆周运动的描述，常常采用以平面自然坐标系为基础的线量描述和以平面极坐标系为基础的角量描述. 如图 1-9 所示.

在自然坐标系中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 是轨道 s 的函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(s)$$

O'为自然坐标系原点，$\boldsymbol{\tau}_0$ 和 $\boldsymbol{n}_0$ 分别是切向单位矢量和法向单位矢量. 由 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，在自

然坐标系中位移、速度可分别表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}s\boldsymbol{\tau}_0$$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0=v\boldsymbol{\tau}_0 \tag{1-19}$$

根据式(1-19),圆周运动的切向加速度和法向加速度为

$$\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0=\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{\tau}_0 \qquad \boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}_0=\frac{v^2}{R}\boldsymbol{n}_0 \tag{1-20}$$

式中 R 是圆半径.

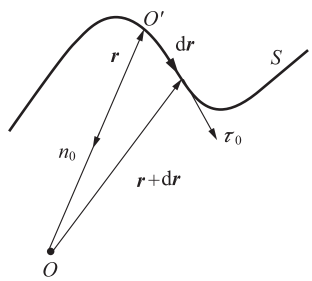


图 1-9 用自然坐标表示质点的位置

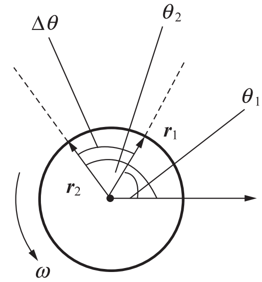


图 1-10 角位移

由上面可知,所谓的匀速圆周运动,就是切向加速度为零的圆周运动,即匀速率圆周运动.

如果以圆心为极点,任意引一条射线为极轴,那么质点位置对极点的矢径 $\boldsymbol{r}$ 与极轴的夹角 θ 就叫质点的角位置,用 $\mathrm{d}\theta$ 表示位矢在 $\mathrm{d}t$ 时间内转过的角位移.角位移既有大小又有方向,其方向规定为:用右手四指表示质点的旋转方向,与四指垂直的大拇指则表示角位移的方向,即角位移的方向是按右手螺旋法则规定的.如图 1-10 所示,质点逆时针转动,这时角位移的方向垂直于纸面向外.但有限大小的角位移不是矢量,因为它不符合交换律;只有在 $\Delta t\to 0$ 时的角位移才是矢量.

质点做圆周运动时,其角位移只有两种可能的方向,因此,可以在标量前加正、负号来表示角位移的方向.如果过圆心作一条垂直于圆面的直线,任选一个方向为坐标轴的正方向,则上述规定的角位移,其方向与坐标轴正向相同则为正号,反之则为负号.

类比速度、加速度的引入方法,可以引入角速度和角加速度.

即

$$\omega=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{1-21}$$

$$\beta=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-22}$$

当质点做圆周运动时,R 为常数,只有角位置是 t 的函数,这样只需一个坐标(角位置 θ)就可以描述质点的位置.比照匀变速直线运动的方法,还可以建立起描述匀角加速圆周运动

的公式，即在匀角加速圆周运动中有

$$\omega=\omega_0+\beta t$$

$$\theta=\theta_0+\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta t^2$$

$$\omega^2-\omega_0^2=2\beta(\theta-\theta_0) \tag{1-23}$$

由此可得，在圆周运动中，线量和角量之间存在如下关系，即

$$\mathrm{d}s=R\mathrm{d}\theta$$

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=R\omega$$

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=R\beta$$

$$a=\frac{v^2}{R}=R\omega^2 \tag{1-24}$$

角速度的方向就是角位移矢量的方向，如图 1-11 所示. 按照矢量的矢积法则，角速度矢量与线速度矢量的关系为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r} \tag{1-25}$$

如图 1-12 所示.

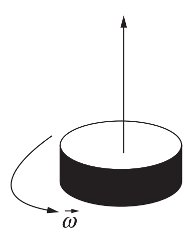


图 1-11　角速度方向

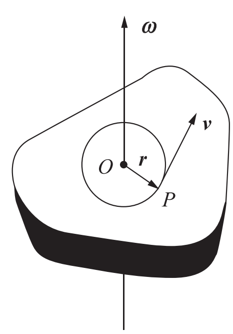


图 1-12　角速度矢量与线速度矢量的关系

【例 1-2】　一飞轮以转速 $n=1\,500$ 转每分(rev/min)转动，受制动后匀速减慢，经过 $t=50$s 后静止.(1)求角加速度和从制动开始到静止飞轮的转数 N；(2)求制动开始 $t=25$s 时飞轮的加速度；(3)设飞轮的半径为 $R=1$m，求 $t=25$s 时飞轮边上任一点的速度和加速度.

解　(1)由题知，当 $t=50$s 时，$\omega=0$，

故由式(1-23)可得

$$\omega_0=2\pi n=2\pi\times\frac{1\,500}{60}=50\pi(\mathrm{rad/s})$$

$$\beta=\frac{\omega-\omega_0}{t}=\frac{-50\pi}{50}=-3.14(\mathrm{rad/s})$$

从开始制动到静止，飞轮的角位移及转数分别为

$$\theta-\theta_0=\omega_0+\frac{1}{2}\beta t^2=50\pi+50-\frac{\pi}{2}\times(50)^2=1\ 250\pi(\mathrm{rad})$$

$$N=\frac{1\ 250\pi}{2\pi}=625(\mathrm{rev})$$

(2) $t=25\mathrm{s}$ 时飞轮的角速度为

$$\omega=\omega_0+\beta t=50\pi-25\pi=25\pi(\mathrm{rad/s})$$

(3) $t=25\mathrm{s}$ 时飞轮边上任一点的速度为

$$v=R\omega=1\times25\pi=78.5(\mathrm{m/s})$$

相应的切向加速度和向心加速度分别为

$$a_t=R\beta=-\pi=-3.14(\mathrm{m/s^2})$$

$$a_n=R\omega^2=1\times(25\pi)^2=6.16\times10^3(\mathrm{m/s^2})$$

1.3.2 一般曲线运动

如图 1-12，质点沿轨迹 L 作一般平面曲线运动，不难证明，质点在任一位置 A 点的加速度也可分解为两个分量：法向加速度和切向加速度，且有：

$$\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}_0$$

$$\boldsymbol{a}_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0 \qquad (1\text{-}26)$$

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_n+\boldsymbol{a}_\tau=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}_0+\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}_0$$

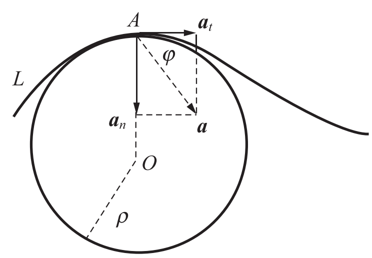


图 1-13　一般曲线运动的加速度

式中 $\boldsymbol{n}_0$ 和 $\boldsymbol{\tau}_0$ 仍为沿轨迹曲线上 A 点法线方向和切线方向的单位矢量，ρ 为轨迹曲线在 A 点的曲率半径.

与圆周运动不同，一般平面曲线上不同点处的曲率半径和曲率中心是不同的，质点在任一点处法向加速度的大小与质点在该处的速率平方成正比，与该处的曲率半径成反比，方向沿该处曲率圆的半径指向曲率中心.

一般平面曲线运动加速度的大小和方向可表示为

$$a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=\sqrt{\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2}$$

$$\tan\phi=\frac{a_n}{a_\tau} \qquad (1\text{-}27)$$

一般曲线运动中，法向加速度和圆周运动中的法向加速度相似，只反映速度方向的变化；切向加速度则和直线运动中的加速度相似，只反映速度大小的变化. 质点做圆周运动时，曲率半径不变，曲率中心为圆心，可见圆周运动是一般曲线运动的特殊情况.

【例 1-3】 以速度 $\boldsymbol{v}_0$ 平抛一小球，不计空气阻力，求 t 时刻小球的切向加速度量值 a_τ、法向加速度量值 a_n 和轨道的曲率半径 ρ.

解 由图 1-14 可知

$$a_\tau = g\sin\theta = g\,\frac{v_y}{v} = g\,\frac{gt}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}} = \frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

$$a_n = g\cos\theta = g\,\frac{v_x}{v} = g\,\frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_x^2+v_y^2}{a_n} = \frac{(v_0^2+g^2t^2)^{3/2}}{gv_0}$$

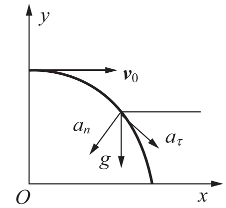


图 1-14 例 1-3 图示

1.4 相对运动

在运动学中，参照系的选取可以是任意的. 我们知道选取不同的参照系，同一质点的运动状态是不同的，这称为运动描述的相对性. 在实际问题中，常常需要把物体从一个参照系转换到另一个参照系中去. 那么，在不同的参照系中，质点的运动应怎么变换呢？

运动学的物理量都是从空间和时间导出的，因此，要解决运动的相对性问题，首先要明确不同参照系之间的时间和空间关系. 下面我们将对同一质点在相对运动的两个参考系中的位移、速度、加速度之间的变换关系进行研究.

由于两个参照系是相对运动的，为了转换的方便，常选定其中一个参照系为静止参照系，另一个为运动参照系. 例如，当研究运动列车上物体的运动时，一般选列车为运动参照系，而选地面（地球）为静止参照系. 但是，如果研究宇宙飞船的发射，则只能把太阳作为静止参照系，而把地球作为运动参照系. 也就是说，静止参照系和运动参照系的选取都是相对而言的. 处于运动参照系中的物体，其相对于静止参照系的运动称为绝对运动，相对于运动参照系的运动称为相对运动；运动参照系相对于绝对参照系的运动则叫牵连运动. 显然，这些运动也是相对的.

在研究列车上的物体时，假设观察者在地面上，把地面定为静止参照系 S，把列车定为运动参照系 S'，S' 相对于 S 沿 x 轴作直线运动. 两参照系间的运动情况，可用 S'系中 O'相对于 S 系中 O 点的运动来表示. 设物体 P 位于 S'系（即列车）中，它对 S 的绝对位矢 $\boldsymbol{r}$，对 $\boldsymbol{S'}$ 的相对位矢为 $\boldsymbol{r}'$，而 O'点对 O 点的位矢为 $\boldsymbol{r}_0$，如图 1-15 所示.

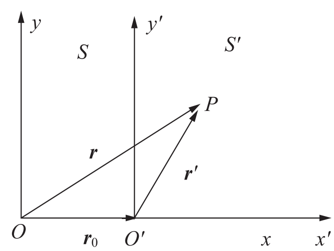


图 1-15 运动描述的相对性

则由矢量加法的三角形法则可知：$\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}_0$ 之间有如下关系

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{r}' \tag{1-28}$$

即牵连位矢与相对位矢之和等于绝对位矢.

将式(1-28)等号两边同时对时间求导，可得：

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{v}' \tag{1-29}$$

式中为 $\boldsymbol{v}$ 绝对速度，$\boldsymbol{v}_0$ 牵连速度，$\boldsymbol{v}'$ 相对速度.

将式(1-29)两边再次对时间求导得：

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_0+\boldsymbol{a}' \tag{1-30}$$

式中为 $\boldsymbol{a}$ 绝对加速度，$\boldsymbol{a}_0$ 为牵连加速度，$\boldsymbol{a}'$ 为相对加速度.

需要注意的是，式(1-28)，(1-29)，(1-30)只适用于物体速度远远小于光速的相对论时空. 当物体速度可与光速相比时，参照系间的坐标、速度、加速度的矢量合成法就不再成立.

【例 1-4】 如图 1-16 所示，一人能在静水中以 1.1m/s 的速率划船前进，今欲横渡一宽度为 4 000m、水流速度为 0.55m/s 的大河.

(1)若要达到河正对岸的一点，应如何确定划行方向？需要多少时间？

(2)如希望用最短的时间过河，应如何确定划行方向？船到达对岸的位置在何处？

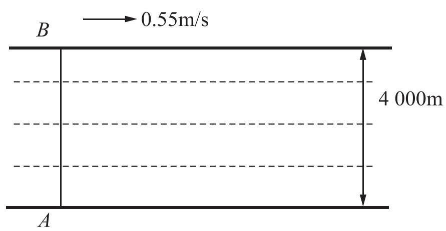


图 1-16　例 1-4 图 1

解　(1)相对运动的问题，以船 A 为研究对象，选择岸 k 为静止参照系、水 k' 作为运动参考系，如图 1-17 所示.

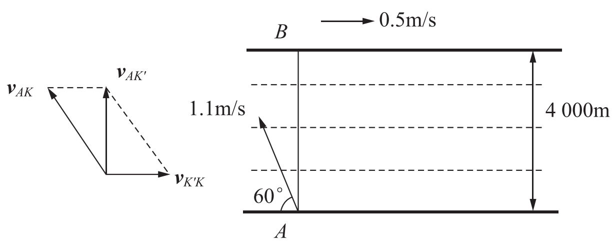


图 1-17　例 1-4 图 2

根据分析：船对水的速度方向应垂直于河岸

$$\boldsymbol{v}_{AK}=\boldsymbol{v}_{AK'}+\boldsymbol{v}_{K'K}$$

$$\cos\alpha=\left|\frac{\boldsymbol{v}_{K'K}}{\boldsymbol{v}_{AK}}\right|=\frac{0.55}{1.1}=0.5$$

$$\alpha=\arccos 0.5=60^\circ$$

$$\boldsymbol{v}_{AK}=\boldsymbol{v}_{AK'}\sin 60^\circ=1.1\times\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 0.952\ 6(\mathrm{m/s})$$

需要的时间为

$$t=\frac{4\ 000}{0.952\ 6}\approx 4199(\mathrm{s})\approx 70(\mathrm{min})$$

(2)分析(1)的速度合成图,需要的时间最短,在垂直于河岸的方向投影量最大,$\alpha=90°$,这时

$$t=\frac{4\ 000}{\boldsymbol{v}_{\mathrm{AK}}}=\frac{4\ 000}{1.1}\approx 3\ 636.36(s)\approx 60.6(\mathrm{min})$$

根据相对运动的速度关系,有:

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{AK'}}=\boldsymbol{v}_{\mathrm{AK}}+\boldsymbol{v}_{K'K'}$$

利用几何关系得

$$BC=\frac{\boldsymbol{v}_{\mathrm{AK'}}}{\boldsymbol{v}_{\mathrm{AK}}}AB=\frac{0.55}{1.1}\times 4\ 000=2\ 000(\mathrm{m})$$

本章习题

1-1　质点运动时,位矢为 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{i}+vt^2\boldsymbol{j}-t\boldsymbol{k}$(SI),求:(1)质点第 3 秒得平均速度;(2)质点在 3 秒的瞬时速度.

1-2　质点的位矢为 $\boldsymbol{r}=R\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$,求质点的速度和加速度.

1-3　一物体沿 x 轴作直线运动,其速度和时间的关系是 $v=4+t^2\mathrm{m/s}$,且当物体位于 $x=9\mathrm{m}$ 处.试求物体的运动方程.

1-4　一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{i}+4t^2\boldsymbol{j}+t\boldsymbol{k}$,试求:(1)它的速度和加速度;(2)它的轨迹方程.

1-5　质点沿 x 轴运动,坐标与时间的关系为:$x=4t-2t^3$,式中 s、t 分别以 m、s 为单位.试求:(1)在最初 2s 内的平均速度,2s 末的瞬时速度;(2)1s 末到 3s 末的位移、平均速度;(3)1s 末到 3s 末的平均加速度;此平均加速度是否可用 $\overline{a}=\dfrac{a_1+a_2}{2}$ 来计算?(4)3s 末的瞬时速度.

1-6　一货车在行驶过程中,遇到 5m/s 竖直下落的大雨,车上紧仅靠挡板平放有一个长为 $l=1\mathrm{m}$ 的木板.如果木板上表面距挡板最高端的距离 $h=1\mathrm{m}$,问货车以多大的速度行驶,才能使木板不致淋雨?

1-7　一质点沿半径 $R=1\mathrm{m}$ 的圆周运动.$t=0$ 时,质点位于 A 点,如图习题(1-7)所示.然后沿顺时针方向运动,运动方程为 $S=\pi t^2+\pi t$,式中 s、t 分别以 m、s 为单位.试求:1)质点绕行一周所经历的路程、位移、平均速度和平均速率;2)质点在第 1 秒末的速度和加速度大小.

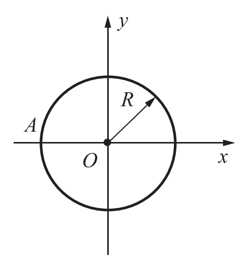


图 1-18　习题 1-7

1-8　一物体从静止开始做圆周运动,经过 5s 后角速度增加到 $\omega=\pi\mathrm{rad/s}$ 此时物体已转过 3 圈.试求在这段时间内物体

的平均角速度和平均角加速度.

1-9 一圆盘半径为 3m,它的角速度在 $t=0$ 时为 3.33πrad/s,以后均匀减小,到 $t=4$s 时角速度变为零.试计算圆盘边缘上一点在 $t=2$s 时的切向加速度和法向加速度的大小,并在图上画出它们的方向.

1-10 某人骑摩托车向东前进,其速率为 10m/s 时觉得有南风,当其速率为 15m/s 时,又觉得有东南风,试求此时的风速度.

1-11 路灯高度为 h,人高度为 l,步行速度为 v_0.试求:(1)人影中头顶的移动速度;(2)影子长度增长的速率.

1-12 已知,一飞轮的角速度在 5s 内由 900rev/min 均匀减到 800rev/min.求:(1)角速度;(2)在此 5s 内的总转数;(3)再经过几秒飞轮将停止转动.