

根据广东省高职高考招生考试大纲编写



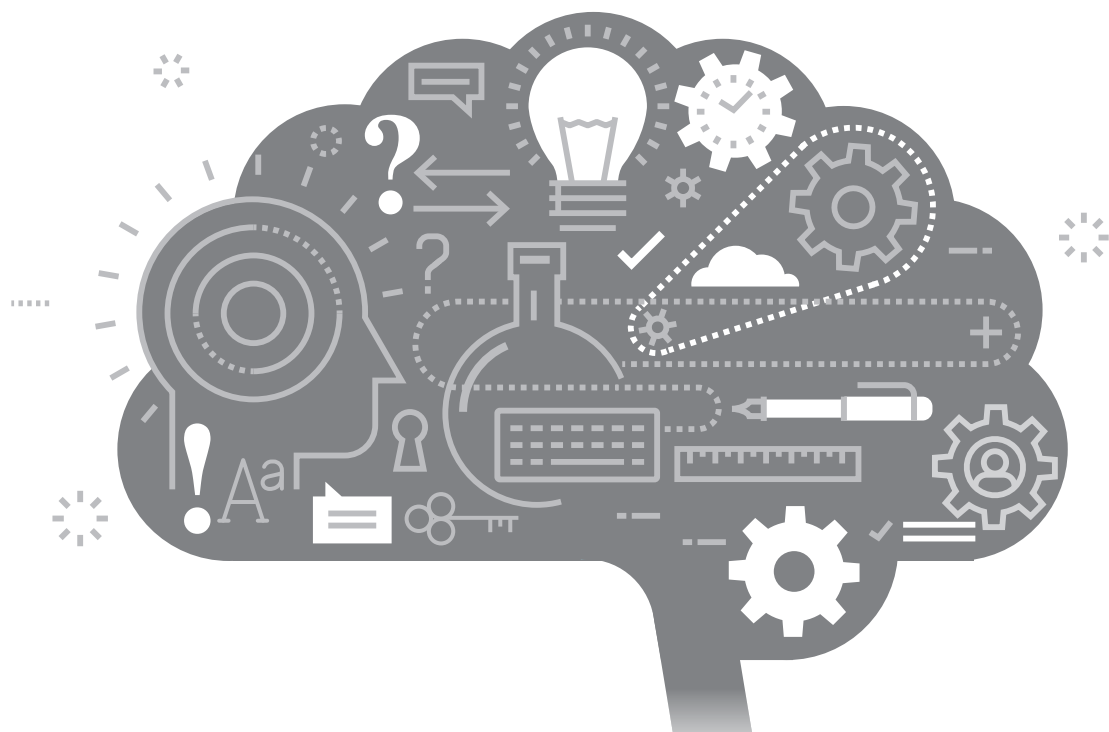
数学导学与同步训练

广东省高职高考（3+“证书”）招生考试命题研究组 主编

上册

汕头大学出版社

根据广东省高职高考招生考试大纲编写



数学导学与同步训练

广东省高职高考（3+“证书”）招生考试命题研究组 主编



汕头大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学导学与同步训练. 上册 / 广东省高职高考(3+“证书”)招生考试命题研究组主编. —汕头: 汕头大学出版社, 2023. 5

ISBN 978-7-5658-4994-7

I. ①数… II. ①广… III. ①数学课—中等专业学校—教学参考资料 IV. ①G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2023)第 063002 号

数学导学与同步训练. 上册 SHUXUE DAOXUE YU TONGBU XUNLIAN SHANGCE

主 编: 广东省高职高考(3+“证书”)招生考试命题研究组

责任编辑: 邹 峰

责任技编: 黄东生

封面设计: 易 帅

出版发行: 汕头大学出版社

广东省汕头市大学路 243 号汕头大学校园内 邮政编码: 515063

电 话: 0754-82904613

印 刷: 天津市蓟县宏图印务有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 13.5

字 数: 287 千字

版 次: 2023 年 5 月第 1 版

印 次: 2023 年 5 月第 1 次印刷

定 价: 38.00 元

ISBN 978-7-5658-4994-7

版权所有, 翻版必究

如发现印装质量问题, 请与承印厂联系退换

前言

本书根据教育部制定的《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》(以下简称《课程标准》)和最新广东省“3+证书”高职高考考试大纲编写而成,旨在落实立德树人根本任务,发展素质教育,帮助学生获得数学基础知识和基本技能、掌握基本数学思想、积累基本数学活动经验、形成理性思维和科学精神的同时,提前让学生认知高职高考,感受考试并提升学习自信。

本书模块多样,主要具有以下特点:

课标要求:列出《课程标准》对本节知识的要求,便于教师参考,也为学生的复习指明方向。

知识梳理:以填空的形式,对本节知识点进行全面系统的梳理和回顾。

典型例题:通过典型例题讲解知识点,附答案和详细解析,便于学生巩固知识点,随时查看、准确复习。每道例题均附有变式训练,培养学生举一反三的能力。

名师点拨:分析提炼解题技巧,帮助学生把握重难点。

巩固练习:分为基础训练和能力提升。基础训练针对《课程标准》中学业质量水平一的要求而设置,以基础知识考查为主;能力提升针对《课程标准》中学业质量水平二的要求而设置,相对基础训练提升了一定难度。

知识脉络:用思维导图的方式清晰直观地展示本章的知识脉络。

温故知新:对章节知识点进行归纳总结,提升学生的综合能力。

章测试卷:题型题量参考高职高考模式呈现,用于检测学生对本章知识的掌握程度,供学生全面总结、复习巩固使用,同时可模拟考试情景,培养学生考试状态。

本书可供中等职业学校的学生使用。

本书在编写过程中,得到了相关教学研究专家的悉心指导和大力支持,



在此一并表示感谢! 由于编者水平有限, 书中难免有不足之处, 敬请广大读者批评指正, 以便后续修订和完善.

编者

目 录

第 1 章 集合	1
1.1 集合及其表示	1
1.1.1 集合的概念	1
1.1.2 集合的表示法	5
1.2 集合之间的关系	11
1.3 集合的运算	15
1.3.1 交集	15
1.3.2 并集	19
1.3.3 补集	23
1.4 充要条件	28
本章小结	33
第 1 章测试卷	34
第 2 章 不等式	37
2.1 不等式的基本性质	37
2.1.1 实数的大小	37
2.1.2 不等式的性质	41
2.2 区间	46
2.3 一元二次不等式	50
2.4 含绝对值的不等式	56
2.5 不等式应用举例	60
本章小结	66

第 2 章 测试卷	66
第 3 章 函数	70
3.1 函数的概念	70
3.2 函数的表示方法	75
3.3 函数的性质	81
3.3.1 函数的单调性	81
3.3.2 函数的奇偶性	87
3.3.3 几种常见的函数	93
3.4 函数的应用	100
本章小结	105
第 3 章 测试卷	106
第 4 章 三角函数	110
4.1 角的概念的推广	110
4.1.1 任意角	110
4.1.2 终边相同的角	115
4.2 弧度制	118
4.3 任意角的三角函数	123
4.3.1 任意角的三角函数定义	123
4.3.2 单位圆与三角函数	127
4.4 同角三角函数的基本关系	132
4.5 诱导公式	136
4.6 和角公式和二倍角公式	141
4.7 正弦函数的图象和性质	146
4.7.1 正弦函数的图象	146
4.7.2 正弦函数的性质	150
4.8 余弦函数的图象和性质	155
4.9 正弦型函数的图象和性质	160

~~~~~

|                       |            |
|-----------------------|------------|
| 4.10 已知三角函数值求角 .....  | 164        |
| 4.11 解三角形 .....       | 168        |
| 本章小结 .....            | 173        |
| 第4章测试卷 .....          | 174        |
| <b>第5章 数列</b> .....   | <b>178</b> |
| 5.1 数列的概念 .....       | 178        |
| 5.2 等差数列 .....        | 182        |
| 5.3 等比数列 .....        | 187        |
| 5.4 数列的综合 .....       | 192        |
| 本章小结 .....            | 197        |
| 第5章测试卷 .....          | 198        |
| <b>综合模拟测试卷一</b> ..... | <b>201</b> |
| <b>综合模拟测试卷二</b> ..... | <b>205</b> |





# 第1章 集合

## 1.1 集合及其表示

### 1.1.1 集合的概念

#### 【课标要求】

1. 了解集合的概念.
2. 理解元素与集合之间的关系.
3. 了解空集、有限集和无限集的含义.
4. 掌握常用数集的代表符号.

#### 【知识梳理】

##### 1. 集合的基本概念

(1)集合的定义:通常将某些\_\_\_\_\_的对象看成一个\_\_\_\_\_就构成一个集合,简称为集.组成集合的对象称为这个集合的\_\_\_\_\_.

(2)集合的表示:一般用大写英文字母  $A, B, C, \dots$  表示\_\_\_\_\_,用小写英文字母  $a, b, c, \dots$  表示集合中的\_\_\_\_\_.

(3)元素与集合的关系:如果  $a$  是集合  $A$  的元素,就说  $a$  \_\_\_\_\_  $A$ ,记作\_\_\_\_\_ ;如果  $a$  不是集合  $A$  的元素,就说  $a$  \_\_\_\_\_  $A$ ,记作\_\_\_\_\_.

##### (4)集合元素的性质:

①确定性:对于给定的集合,它的元素必须是\_\_\_\_\_的.

②互异性:对于给定的集合,它的元素是\_\_\_\_\_的,相同的对象归入同一个集合时,只能算作这个集合的一个元素.

③无序性:对于给定的集合,不考虑元素之间的\_\_\_\_\_.

(5)常见数集:由\_\_\_\_\_组成的集合称为数集.常见数集的记法如下表所示:

| 集合 | 自然数集       | 正整数集       | 整数集       | 有理数集       | 实数集       |
|----|------------|------------|-----------|------------|-----------|
| 符号 |            |            |           |            |           |
| 含义 | 所有自然数组成的集合 | 所有正整数组成的集合 | 所有整数组成的集合 | 所有有理数组成的集合 | 所有实数组成的集合 |

## 2. 集合的分类

①含有\_\_\_\_\_的集合称为有限集.

②含有\_\_\_\_\_的集合称为无限集.

③不含\_\_\_\_\_的集合称为空集,记作\_\_\_\_\_.

### 【典型例题】

例 1 下列选项中可构成集合的是( ).

- A. 班里个子高的学生
- B. 所有的素数
- C. 所有好看的电影
- D. 面积较小的六边形

答案 B

**解析** A,C,D 选项中“个子高的学生”“好看的电影”“面积较小的六边形”都没有一个绝对的标准,不能确定对象的归属,故 A,C,D 选项不能构成集合. B 选项中“所有的素数”能确定元素的归属,故 B 选项可构成集合.

变式训练 下列选项中说法正确的是( ).

- A. 2 与 3 的所有公倍数组成的集合是有限集
- B. 方程  $x^2 - x - 6 = 0$  的解集是无限集
- C. 不等式  $2x - 5 > 0$  的解集是无限集

D. 平面内到定点  $P(0,0)$  的距离等于 3 的点的集合是有限集

**例 2** 求集合  $\{a^2+a, 4a\}$  中  $a$  的取值范围.

**解析** 由集合元素的互异性可得  $a^2+a \neq 4a$ ,

$$\therefore a^2 \neq 3a,$$

$$\therefore a \neq 0 \text{ 且 } a \neq 3.$$

**变式训练** 已知集合  $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$ , 且  $1 \in A$ , 求实数  $a$  的值.



### 名师点拨

空集是一个集合, 它不含任何元素; 0 是自然数, 它可以作为某一集合的一个元素.

### 【巩固练习】

#### 基础训练

- 判断下列对象能否组成集合.
  - 高一数学课本中的所有难题;
  - 不等式  $x+5 < 0$  的所有正整数解;
  - 全国著名的高等院校;
  - 中国古代四大发明;

(5) NBA 联盟中所有优秀的篮球运动员;

(6) 方程  $x^2=2$  的正实数解.

2. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

(1)  $-5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ,       $0$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ,       $|-3|$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{N}$ ;

(2)  $1.5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ,       $3$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ,       $-10$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Z}$ ;

(3)  $-0.4$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ,       $3.14$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ,       $\pi$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{Q}$ ;

(4)  $2.5$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ,       $\sqrt{2}$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ ,       $3.1415$  \_\_\_\_\_  $\mathbf{R}$ .

3. 判断下列集合哪些是有限集, 哪些是无限集, 哪些是空集.

(1) 不等式  $x^2+x+1<0$  的解集;

(2) 方程  $10-x=10$  的解集;

(3) 本学期开设的所有课程组成的集合;

(4) 平面直角坐标系中第三象限内的所有点组成的集合;

(5) 大于 1 小于 50 且能被 3 整除的自然数组成的集合;

(6) 所有周长等于 10 cm 的三角形组成的集合.

能力提升

1. 下列集合哪些是有限集? 哪些是无限集?

(1) 小于  $10^{40}$  的正整数组成的集合;

- (2) 平面直角坐标系中横坐标和纵坐标相等的点组成的集合；
- (3) 数轴上表示大于 0 且小于 1 的无理数的点组成的集合；
- (4) 函数  $y=2x$  的图象上的点组成的集合；
- (5) 面积为 1 的矩形组成的集合；
- (6) 面积为 1 的正三角形组成的集合.

2. 已知关于  $x$  的方程  $ax+b=0$ ,

- (1) 当实数  $a, b$  满足什么条件时, 方程的解集是有限集?
- (2) 当实数  $a, b$  满足什么条件时, 方程的解集是无限集?
- (3) 当实数  $a, b$  满足什么条件时, 方程的解集是空集?

3. 已知集合  $A$  由元素  $a-3, 2a-1, a^2-4$  组成, 且  $-3 \in A$ , 求实数  $a$  的值.

## 1.1.2 集合的表示法

### 【课标要求】

初步掌握列举法和描述法等集合的表示方法.

**【知识梳理】**

1. 列举法

把集合的\_\_\_\_\_一一列举出来,中间用\_\_\_\_\_隔开,并用\_\_\_\_\_把它们括起来,这种表示集合的方法称为列举法.

2. 描述法

利用集合所含元素的\_\_\_\_\_表示集合的方法称为描述法.

描述法的一般表示形式为\_\_\_\_\_,其中“\_\_\_\_\_”是集合中元素的代表形式,“\_\_\_\_\_”是集合中元素的共同特征,两者之间的“\_\_\_\_\_”不可省略.

**【典型例题】**

**例 1** 用列举法表示大于 2 且小于 9 的偶数构成的集合为( ).

- A.  $\emptyset$                       B.  $\{4, 6, 8\}$                       C.  $\{3, 5, 7\}$                       D.  $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

**答案** B

**解析** 先将集合中的元素一一列举出来,偶数为能被 2 整除的数,所以元素有 4, 6, 8. 再将元素之间用逗号隔开,并用大括号括起来即可. 可写为  $\{4, 6, 8\}$ , 故选 B.

**变式训练** 用列举法表示下列集合.

- (1) 小于 4 的所有自然数组成的集合;  
 (2) 方程  $x^2 - 6x + 5 = 0$  的解集;  
 (3) 全体正偶数组成的集合;  
 (4) 方程组  $\begin{cases} x - y = 0, \\ x + y = 2 \end{cases}$  的解组成的集合.



## 名师点拨

用列举法表示集合时,要注意以下几点.

- ①元素之间用逗号“,”隔开.
- ②元素不能重复.
- ③元素不能遗漏.
- ④当集合中的元素较少时,用列举法表示比较简单;若集合中的元素较多或无限,但有一定的规律性,在不产生误解的情况下,也可以用列举法表示.

**例 2** 用描述法表示下列集合.

- (1)绝对值不大于 2 的所有有理数组成的集合;
- (2)不等式  $-2x+4>0$  的所有解组成的集合;
- (3)被 3 除余 2 的所有自然数组成的集合;
- (4)平面直角坐标系中第四象限内的所有点组成的集合.

**答案** (1) $\{x \mid |x| \leq 2, x \in \mathbf{Q}\}$ ; (2) $\{x \mid x < 2\}$ ; (3) $\{x \mid x = 3k + 2, k \in \mathbf{N}\}$ ;  
 (4) $\{(x, y) \mid x > 0, y < 0\}$ .

**变式训练** 用描述法表示下列集合.

- (1)绝对值不超过 4 的所有实数组成的集合;
- (2)所有正奇数组成的集合;
- (3)除以 6 余数为 2 的所有正数组成的集合;
- (4)平面直角坐标系中第一、三象限内的所有点组成的集合.





用描述法表示集合时,要注意以下几点.

①写清楚集合中元素的代表形式.

②写明集合中元素的特征或性质.

③用于描述元素特征的语句要力求简明、准确,不产生歧义;多层描述时,应当准确使用“且”“或”等关联词.

④所有描述的内容都要写在大括号内.

⑤在不容易混淆的情况下,用描述法表示集合时也可以省去“|”及其左边的部分.例如,正整数的集合可简记为{正整数},但是,集合 $\{x|x>1\}$ 就不能省略“|”及其左边的“ $x$ ”.

**【巩固练习】**

**基础训练**

1. 选择题.

(1)下列集合能用列举法表示的是( ).

- A.  $\{x|x^2-2x+1=0\}$                       B.  $\{x|0<x<1\}$   
 C. {面积等于  $10\text{ m}^2$  的长方形}        D.  $\{x|x-1>0\}$

(2)用列举法表示集合 $\{x|x<3 \text{ 且 } x\in\mathbf{N}\}$ 为( ).

- A.  $\{1,2,3\}$               B.  $\{1,2\}$               C.  $\{0,1,2,3\}$               D.  $\{0,1,2\}$

(3)方程  $x^2-5x-6=0$  的解集为( ).

- A.  $\{1,-6\}$               B.  $\{-1,6\}$               C.  $\{2,3\}$               D.  $\{-2,-3\}$

(4)平面直角坐标系中第一象限内的所有点组成的集合为( ).

- A.  $\{(x,y)|x>0,y>0\}$                       B.  $\{(x,y)|x\geq 0,y\geq 0\}$   
 C.  $\{(x,y)|x<0,y<0\}$                       D.  $\{(x,y)|x\leq 0,y\leq 0\}$

2. 用列举法表示下列集合.

- (1)方程  $x^2-6x+8=0$  的解集;  
 (2)大于-3 且小于 16 的所有奇数组成的集合;

- (3) 一年中不满 31 天的月份组成的集合；  
(4) 小于 20 的所有质数组成的集合.

3. 用描述法表示下列集合.

- (1)  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ ;  
(2) 大于 10 且小于 20 的所有整数组成的集合；  
(3) 平面内到原点  $O$  的距离等于 1 的所有点组成的集合；  
(4) 被 5 除余数为 2 的所有正整数组成的集合.

4. 用适当的方法表示下列集合.

- (1) 所有非负奇数组成的集合；  
(2) 平面直角坐标系中第二象限内的所有点组成的集合；  
(3) 所有小于 10 的既是奇数又是质数的自然数组成的集合；  
(4) 不等式  $4x - 6 < 5$  的解集；  
(5) 比 5 大 3 的数组成的集合；  
(6) 二次函数  $y = x^2 - 10$  的图象上的所有点组成的集合.

能力提升

1. 用列举法表示下列集合.

$$(1) A = \left\{ x \mid \frac{12}{5-x} \in \mathbf{N}^*, x \in \mathbf{Z} \right\};$$

$$(2) B = \left\{ \frac{12}{5-x} \in \mathbf{N}^* \mid x \in \mathbf{Z} \right\};$$

$$(3) C = \{ y \mid y = -x^2 + 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N} \};$$

$$(4) D = \left\{ x \mid \frac{p}{q} = x, p + q = 5, p \in \mathbf{N}, q \in \mathbf{N}^* \right\}.$$

2. 分别用描述法和列举法表示下列集合.

(1)  $x^2 + 7x + 12 = 0$  的解集;

(2) 方程组  $\begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = 5 \end{cases}$  的解集;

(3) 一次函数  $y = 3x$  与  $y = 2x + 7$  的图象的交点组成的集合.

3. 已知集合  $A = \{ x \mid ax^2 - 3x + 2 = 0 \}$ , 其中  $a$  为常数.

(1) 若  $A$  为空集, 求  $a$  的取值范围;

(2) 若  $A$  中只有一个元素, 求  $a$  的值;

(3) 若  $A$  中至多有一个元素, 求  $a$  的取值范围.