

湖北省技能高考辅导丛书



上册

数学同步训练与提升

徐庆斌	陈正强	谭姬云	主 编
杨 娜	李 敏	刘年生	副主编
鲍进峰	韦 伟	邹丽萍	
向启传	曹 鹏	李悌儒	
马俐俐			

图书在版编目 (CIP) 数据

数学同步训练与提升. 上册 / 徐庆斌, 陈正强,
谭姬云主编. — 武汉 : 崇文书局, 2021. 7
(湖北省技能高考辅导丛书)
ISBN 978-7-5403-6341-3

I. ①数…
II. ①徐… ②陈… ③谭…
III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料
IV. ① G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2021) 第 121748 号

责任编辑: 朱小双
责任校对: 董 颖
责任印制: 李佳超

数学同步训练与提升: 上册

SHUXUE TONGBU XUNLIAN YU TISHENG SHANGCE

出版发行: 长江出版传媒 | 崇文书局

地 址: 武汉市雄楚大街 268 号 C 座 11 层

电 话: (027) 87680797 邮政编码: 430070

印 刷: 武汉市新华印刷有限责任公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 8

字 数: 170 千

版 次: 2021 年 7 月第 1 版

印 次: 2021 年 7 月第 1 次印刷

定 价: 32.00 元

(如发现印装质量问题, 影响阅读, 由本社负责调换)

本作品之出版权 (含电子版权)、发行权、改编权、翻译权等著作权以及
本作品装帧设计的著作权均受我国著作权法及有关国际版权公约保护。任何非
经我社许可的仿制、改编、转载、印刷、销售、传播之行为, 我社将追究其法
律责任。

前言

为了帮助中职学校的学生进行有效学习,我们组织了一批业务能力强、教学经验丰富的中职一线骨干教师,编写了《数学同步训练与提升(上、下册)》,本书为上册。

本书的编写有以下几个特点。

1. 依据教育部最新颁布的《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》,同时参考了2021年湖北省技能高考文化综合考试大纲,紧扣教材,内容全面,突出基础知识的复习与巩固。

2. 分章明确给出课程标准对相关章节的教学要求,便于教师参考,也为学生的复习指明方向。

3. 针对以往常被忽视的“预备知识”部分,本书以教材为依托,从初中知识入手,由浅入深,切合学生实际,有效激发学生的学习兴趣、提升学生的学习信心,为学生的后续学习打下坚实的基础。

4. 本书共分为5章、22个小节,每小节分A、B组训练。A组以基础知识考查为主,以使學生达到学业质量要求水平一;B组有适当的延伸、拓展,以使學生达到学业质量要求水平二。每章配备了章节检测卷,最后还配有综合模拟测试卷,并强调基础性、层次性。题型、题量参考技能高考模式呈现,通过同步演练,以促进学生及时掌握基础知识。

本书在编写过程中,得到了相关教学研究专家的悉心指导和大力支持,在此一并表示感谢!由于水平有限,书中难免存在不足之处,恳请大家批评指正!

编者

目 录

预备知识	1
0.1 数及数的运算	1
0.2 代数式及其运算	5
0.3 方程与方程组	9
0.4 不等式与不等式组	13
第1章 集合与充要条件	17
1.1 集合的概念	17
1.2 集合之间的关系	21
1.3 集合的运算	25
1.4 充要条件	28
第2章 不等式	33
2.1 不等式的基本性质	33
2.2 区间	36
2.3 一元二次不等式	40
2.4 含绝对值的不等式	43
第3章 函数	47
3.1 函数的概念及表示法	47
3.2 函数的性质	51
3.3 函数的实际应用举例	55

第4章 指数函数与对数函数	59
4.1 实数指数幂	59
4.2 指数函数	64
4.3 对数	68
4.4 对数函数	71
第5章 三角函数	75
5.1 角的概念推广	75
5.2 弧度制	78
5.3 任意角的正弦函数、余弦函数和正切函数	82
5.4 同角三角函数的基本关系	85
5.5 诱导公式	89
5.6 三角函数的图像和性质	92
5.7 已知三角函数值求角	96
附录 测试卷	100
预备知识测试卷	100
第1章测试卷	102
第2章测试卷	105
第3章测试卷	108
第4章测试卷	111
第5章测试卷	113
综合模拟测试卷一	116
综合模拟测试卷二	119



预备知识



认知要求

1. 理解相反数、绝对值、平方根及立方根的概念.
2. 掌握分数及分式的运算.
3. 掌握整数指数幂的运算.
4. 了解近似值的运算.
5. 理解代数式、整式的运算及因式分解.
6. 了解一元一次方程的解法.
7. 掌握二元一次方程组的解法.
8. 掌握一元二次方程的解法(因式分解法和公式法).
9. 了解不等式的性质及一元一次不等式.
10. 理解一元一次不等式组的解法.



0.1 数及数的运算

A 组

一、选择题

1. 下列说法不正确的是().
 A. 一个正数的绝对值一定是正数
 B. 一个负数的绝对值一定是正数
 C. 任何数的绝对值都不是负数
 D. 任何数的绝对值一定是正数
2. $(-5)^2$ 的平方根是().
 A. -5 B. ± 5 C. 5 D. 25
3. $(-5)^6$ 表示的意义是().
 A. 6 个 -5 相乘的积 B. -5 乘以 6 的积
 C. 5 个 -6 相乘的积 D. 6 个 -5 相加的和



4. 计算 $\frac{1}{5} \times (-5) \div \left(-\frac{1}{5}\right) \times 5 = (\quad)$.

A. 1

B. 25

C. -5

D. 35

5. 计算 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 的结果是 $(\quad)$.

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

6. 0.000 000 16 用科学记数法表示为 $(\quad)$.

A. 160×10^{-6}

B. 1.6×10^{-7}

C. -1.6×10^{-7}

D. -1.6×10^7

二、填空题

1. 绝对值等于它本身的有理数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 绝对值等于它的相反数的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

2. 如果 $a = +2.5$, 那么 $-a = \underline{\hspace{2cm}}$; 如果 $-a = -4$, 那么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 在数轴上与表示 3 的点的距离等于 4 的点表示的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. $|x-10|-2$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 计算:

(1) $3.28 - 4.76 + 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$;

(2) $2.75 - 2\frac{1}{6} - 3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}$;

(3) $42 \div \left(-1\frac{1}{2}\right) - 1\frac{3}{4} \div (-0.125)$.



2. 完成下列计算过程:

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \div 1\frac{1}{3} - \left(-1\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right).$$

3. 已知 $|a|=3$, $|b|=5$, a 与 b 异号, 求 $|a-b|$ 的值.

B 组

一、选择题

1. 已知 a, b, c 都不等于 0, 则 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 的取值不可能是().

A. 4

B. -4

C. 0

D. 1

2. 下列各组数中, 互为倒数的是().

A. -0.13 和 $-\frac{13}{100}$

B. $-5\frac{2}{5}$ 和 $-\frac{27}{5}$

C. $-\frac{1}{11}$ 和 -11

D. $-4\frac{1}{4}$ 和 $4\frac{1}{4}$

3. 下列运算正确的个数为().

① $\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-4\frac{3}{4}\right) + (-6) = -10;$

② $\left(-\frac{5}{6}\right) + 1 + \left(-\frac{1}{6}\right) = 0;$

③ $0.25 + (-0.75) + \left(-3\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} = -3;$



④ $1+(-3)+5+(-7)+9+(-1)=4$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 若 $b=-3^{-2}$, $c=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$, $d=\left(-\frac{1}{3}\right)^0$, 则().

- A. $b < c < d$ B. $b < d < c$ C. $d < c < b$ D. $c < d < b$

5. $-2^3 \div 1 \frac{3}{5} \times \left(-1 \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(1 \frac{2}{3}\right)^2$ 的计算结果是().

- A. $\frac{16}{5}$ B. $-\frac{16}{5}$ C. 4 D. -4

6. 下列各组数中,互为相反数的是().

- A. -3 和 $\sqrt{(-3)^2}$ B. -3 和 $\sqrt[3]{-27}$
C. $|-3|$ 和 3 D. $-\frac{1}{2}$ 和 2

二、填空题

1. 若 $|2x-1|+|3y-4|=0$, 则 $x+y=$ _____.
2. $\sqrt{25}$ 的算术平方根是_____, $(-9)^2$ 的平方根是_____, -27 的立方根是_____.
3. 用科学记数法把 0.000 009 405 表示成 $a \times 10^{-6}$, 则 $a=$ _____.
4. $a-b$ 的相反数是_____.

三、解答题

1. 已知 $|a-2|+|b-3|+|c-4|=0$, 求 $a+2b+3c$ 的值.

2. 如果 a, b 互为相反数, m, n 互为倒数, x 的绝对值是 1, 求代数式 $\frac{a+b}{x}+x^2+mn$ 的值.



3. 计算:

$$(1) \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times 3^{-1} + (\pi - 2\,018)^0 \div \left(\frac{1}{3}\right)^{-1};$$

$$(2) -\frac{2}{5} + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{6} + \frac{7}{12}\right) \times (-2.4).$$



0.2 代数式及其运算

A 组

一、选择题

1. 下列计算正确的是().

A. $a^2 a^3 = a^6$

B. $a^2 - a = a$

C. $(a^3)^2 = a^6$

D. $a^9 \div a^3 = a^3$

2. 计算 $3x^2 - x^2$ 的结果是().

A. $2x$

B. $2x^2$

C. x^2

D. $4x^2$

3. 在 $\frac{1}{m}, \frac{2}{3}, \frac{5y}{x}, \frac{2}{x+2y}, \frac{3}{\pi}$ 中, 分式的个数有().

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

4. 下列计算中, 正确的是().

A. $\frac{x-1}{1-x} - \frac{1-x}{x-1} = 2$

B. $\frac{a^2}{b^2} \div \frac{a^3}{b^2} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} \div \frac{a^4}{b^4} = \frac{b^2}{a^2}$

C. $\frac{a^{2m}}{b^{2m}} \div \frac{a^{3m}}{b^{3m}} \cdot \frac{a^m}{b^m} = \frac{b^m}{a^m} \cdot \frac{a^m}{b^m} = 1$

D. $\frac{x}{(x-1)^6} + \frac{x}{(1-x)^6} = \frac{x}{(x-1)^6} - \frac{x}{(x-1)^6} = 0$

5. 下列算式能用平方差公式计算的是().

A. $(3x-y)(-3x+y)$

B. $(-m-n)(-m+n)$



C. $(2a+b)(2b-a)$

D. $\left(\frac{1}{2}x+1\right)\left(-\frac{1}{2}x-1\right)$

6. 化简 $5(2x-3)+4(3-2x)$ 的结果为().

A. $2x-3$

B. $2x+9$

C. $8x-3$

D. $18x-3$

二、填空题

1. $(xy^{-4})^{-3} \cdot (x^{-5})^3 =$ _____.

2. 要使分式 $\frac{x-1}{(x-1)(2x+3)}$ 有意义,则 x 应满足_____.

3. $2 \times 56^2 + 8 \times 56 \times 22 + 2 \times 44^2 =$ _____.

4. 如果 x^2+kx+9 是一个完全平方式,则 k 的值为_____.

三、解答题

1. 若 $5a+1$ 和 $a-19$ 是数 m 的平方根,求 m 的值.

2. 化简:

(1) $\left(1 - \frac{1}{a-b}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{a-b}\right)^2$;

(2) $\frac{a-5}{2a-6} \div \left(\frac{16}{a-3} - a - 3\right)$.

3. 因式分解:

(1) $24a^2(x-y) + 6b^2(y-x)$;

(2) $x^4 - 18x^2 + 81$;



(3) $x^4 - 1$.

B 组

一、选择题

1. 下列各计算中,正确的是().

A. $a + 2a^2 = 3a^3$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ C. $a^8 \div a^2 = a^4$ D. $(a^3)^2 = a^6$

2. 已知 $(m-n)^2 = 8$, $(m+n)^2 = 2$, 则 $m^2 + n^2 =$ ().

A. 10 B. 6 C. 5 D. 3

3. 某企业今年 3 月份的产值为 a 万元, 4 月份比 3 月份减少了 10%, 5 月份比 4 月份增加了 15%, 则 5 月份的产值是().

A. $(a - 10\%)(a + 15\%)$ 万元 B. $a(1 - 10\%) \times (1 + 15\%)$ 万元
C. $(a - 10\% + 15\%)$ 万元 D. $a(1 - 10\% + 15\%)$ 万元

4. 下列说法中正确的个数为().

① ± 3 都是 27 的立方根;

② $\sqrt[3]{y^3} = y$;

③ $\sqrt{64}$ 的立方根是 2;

④ $\sqrt[3]{(\pm 8)^2} = \pm 4$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 化简 $\frac{a^2 - b^2}{ab} - \frac{ab - b^2}{ab - a^2}$ 的结果是().

A. $\frac{a^2 + 2b^2}{ab}$ B. $\frac{a}{b}$ C. $-\frac{a}{b}$ D. $\frac{a^2 - b^2 + b}{a}$

6. 下列计算正确的是().

A. $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ B. $(x - y)^2 = x^2 - 2xy - y^2$
C. $(x + 2y)(x - 2y) = x^2 - 2y^2$ D. $(-x + y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

二、填空题

1. 要使 $\sqrt{2x-6}$ 有意义, x 应满足的条件是_____.

2. 因式分解: $2x^2 - 8 =$ _____.

3. 因式分解: $3x^2y + 12xy^2 + 12y^3 =$ _____.



4. 观察下列算式:

① $1 \times 3 - 2^2 = 3 - 4 = -1$;

② $2 \times 4 - 3^2 = 8 - 9 = -1$;

③ $3 \times 5 - 4^2 = 15 - 16 = -1$;

④ _____.

(1) 请你按以上规律写出第 4 个算式 _____;

(2) 把这个规律用含字母的式子表示出来 _____.

三、解答题

1. 已知 $a+b=2$, 求 $(a^2-b^2)^2-8(a^2+b^2)$ 的值.

2. 请用简便方法计算下列各题. (先用乘法公式变形, 再计算)

(1) $99^2 - 98 \times 100$;

(2) $49 \times 51 - 2\,499$.

3. 先化简, 再求值.

已知 $x=2-\sqrt{2}$, $y=2\sqrt{2}-1$, 求 $\frac{x-y}{x+y} + \frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2} - 2$.



0.3 方程与方程组

A 组

一、选择题

1. 下列各式中是一元一次方程的是().

A. $\frac{1}{2}x - 1 = \frac{4}{5} - y$

B. $-5 - 3 = -8$

C. $x + 3 = 1$

D. $x - 1 = \frac{1}{x}$

2. 解方程 $\frac{2x+1}{3} - \frac{10x+1}{6} = 1$ 时, 去分母后, 正确的结果是().

A. $4x + 1 - 10x + 1 = 1$

B. $4x + 2 - 10x - 1 = 1$

C. $4x + 2 - 10x - 1 = 6$

D. $4x + 2 - 10x + 1 = 6$

3. 把方程 $2(x+y) - 3(y-x) = 3$ 改写成用含 x 的代数式表示 y 的形式, 则().

A. $y = 5x - 3$

B. $y = -x - 3$

C. $y = 5x + 3$

D. $y = -5x - 3$

4. 方程 $2x - \frac{1}{y} = 0$, $3x + y = 0$, $2x + xy = 1$, $3x + y - 2x = 0$, $x^2 - x + 1 = 0$ 中, 二元一次方程的个数是().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 二元一次方程组 $\begin{cases} 3x - 2y = 3, \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ 的解是().

A. $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{3}{2}, \\ y = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2, \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 7, \\ y = -1 \end{cases}$

6. 若 $2x + 1$ 与 $2x - 1$ 互为倒数, 则实数 x 为().

A. $\pm \frac{1}{2}$

B. ± 1

C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\pm \sqrt{2}$

二、填空题

1. 已知 $(m+1)x^{|m|} + y = 0$ 是关于 x, y 的二元一次方程, 则 $m =$ _____.

2. 给出下列方程组: ① $\begin{cases} x - y = 2, \\ 2x + y = 0; \end{cases}$ ② $\begin{cases} x - y = 1, \\ y - z = 1; \end{cases}$ ③ $\begin{cases} xy = 1, \\ x + y = 2; \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x = 1, \\ y - 2 = 0. \end{cases}$ 其中是二元一次方程组的是 _____.



3. 一元二次方程 $(1+3x)(x-3)=2x^2+1$ 化为一般形式为 _____, 二次项系数为 _____, 一次项系数为 _____, 常数项为 _____.

4. 若方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根是 -2 和 3 , 则 p, q 的值分别为 _____.

三、解答题

1. 已知实数 x, y 满足 $|2x-y+1|+2\sqrt{3x-2y+4}=0$, 求代数式 $1-\frac{x-y}{x-2y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2-4xy+4y^2}$ 的值.

2. 解方程组:

$$(1) \begin{cases} 2x-y=5, \\ 7x-3y=20; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{x+3y}{2}=\frac{3}{5}, \\ 5(x-2y)=-4. \end{cases}$$

3. 选用合适的方法解下列方程:

$$(1) (x+4)^2=5(x+4);$$

$$(2) (x+1)^2=4x;$$



$$(3)(x+3)^2=(1-2x)^2;$$

$$(4)2x^2-5x=3.$$

B 组

一、选择题

1. 若 $x^{a-b}-2y^{a+b-2}=0$ 是二元一次方程,那么 a, b 的值分别是().
A. 1, 0 B. 0, -1 C. 2, 1 D. 2, -3
2. 下列方程变形中,正确的是().
A. 方程 $3x-2=2x+1$, 移项, 得 $3x-2x=-1+2$
B. 方程 $3-x=2-5(x-1)$, 去括号, 得 $3-x=2-5x-1$
C. 方程 $\frac{2}{3}t=\frac{3}{2}$, 未知数系数化为 1, 得 $t=1$
D. 方程 $\frac{x-1}{0.2}-\frac{x}{0.5}=1$ 化成 $3x=6$
3. 如果 $|x+y-1|$ 和 $2(2x+y-3)^2$ 互为相反数,那么 x, y 的值分别为().
A. 1, 2 B. -1, -2 C. 2, -1 D. -2, -1
4. 下列方程中,无论 a 取何值,总是关于 x 的一元二次方程的是().
A. $ax^2+bx+c=0$ B. $ax^2+1=x^2-x$
C. $(a^2+1)x^2-(a^2-1)x=0$ D. $\frac{1}{x+3}=x^2+a$
5. 已知 x, y 是实数,若 $xy=0$,则下列说法正确的是().
A. x 一定是 0 B. y 一定是 0
C. $x=0$ 或 $y=0$ D. $x=0$ 且 $y=0$
6. 下列方程中不一定是一元二次方程的是().
A. $(a-3)x^2=8$ ($a \neq 3$) B. $ax^2+bx+c=0$
C. $(x+3)(x-2)=x+5$ D. $\sqrt{3}x^2+\frac{3}{57}x-2=0$

二、填空题

1. 若 $2x^{5a}y^{b+4}$ 与 $-x^{1-2b}y^{2a}$ 是同类项,则 $b=$ _____.
2. 若代数式 $4x^2-2x-5$ 与 $2x^2+1$ 的值互为相反数,则 x 的值是_____.
3. 使分式 $\frac{x^2-5x-6}{x+1}$ 的值等于 0 的 x 的值是_____.



4. 已知 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根, 则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$ _____.

三、解答题

1. 选用恰当的方法解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} 8x + 9y = 23, \\ 17x - 6y = 74; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{3x-2}{4} + \frac{2y-1}{5} = 2, \\ \frac{3x+2}{4} - \frac{3y+1}{5} = 0. \end{cases}$$

2. 已知等腰三角形底边长为 8, 腰长是方程 $x^2 - 9x + 20 = 0$ 的一个根, 求这个三角形的腰长.

3. 已知一元二次方程 $(m-1)x^2 + 7mx + m^2 + 3m - 4 = 0$ 有一个根为 0, 求 m 的值.



0.4 不等式与不等式组

A 组

一、选择题

1. 下列不等式中,一元一次不等式的个数为().

① $x > -3$; ② $xy \geq 1$; ③ $x^2 < 3$; ④ $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \leq 1$; ⑤ $\frac{x+1}{x} > 1$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

2. 不等式 $3(x-2) \leq x+4$ 的非负整数解有()个.

A. 4

B. 5

C. 6

D. 无数

3. 下列不等式组中,解是 $2 < x < 3$ 的是().

A. $\begin{cases} x > 3, \\ x > 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 3, \\ x < 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < 3, \\ x > 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x < 3, \\ x < 2 \end{cases}$

4. 不等式组 $\begin{cases} 3x+1 > 0, \\ 2x < 5 \end{cases}$ 的整数解的个数是().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 与 $2x < 6$ 不同解的不等式是().

A. $2x+1 < 7$

B. $4x < 12$

C. $-4x > -12$

D. $-2x < -6$

6. 不等式组 $\begin{cases} x \geq m, \\ x \leq m \end{cases}$ 的解是().

A. 任意的有理数

B. 无解

C. $x = m$

D. $x = -m$

二、填空题

1. 当 x _____ 时,代数式 $\frac{x+3}{2} - \frac{5x-1}{6}$ 的值是非负数.

2. 当代数式 $\frac{x}{2} - 3x$ 的值大于 10 时, x 的取值范围是_____.

3. 利用不等式的基本性质,用符号“ $>$ ”或“ $<$ ”填空:若 $a > b$,则 $-4a$ _____ $-4b$.

4. 用不等式表示:某个数 x 的相反数是非负数_____.

三、解答题

1. 解下列不等式:

(1) $2-5x \geq 8-2x$;

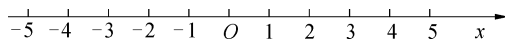
(2) $\frac{x+5}{2} - 1 < \frac{3x+2}{2}$.



2. 关于 x 的一元一次方程 $4x+m+1=3x-1$ 的解是负数,求 m 的取值范围.

3. 解下列不等式,并将解在数轴上表示出来:

$$-4x \geq 3.$$



B 组

一、选择题

- 在数轴上从左至右的三个数分别为 $a, 1+a, -a$, 则 a 的取值范围是().
 A. $a < \frac{1}{2}$ B. $a < 0$ C. $a > 0$ D. $a < -\frac{1}{2}$
- 在平面直角坐标系内, $P(2x-6, x-5)$ 在第四象限, 则 x 的取值范围为().
 A. $3 < x < 5$ B. $-3 < x < 5$ C. $-5 < x < 3$ D. $-5 < x < -3$
- 不等式 $ax+b > 0 (a < 0)$ 的解是().
 A. $x > -\frac{b}{a}$ B. $x < -\frac{b}{a}$ C. $x > \frac{b}{a}$ D. $x < \frac{b}{a}$
- 已知 $(y-3)^2 + |2y-4x-a| = 0$, 若 x 为负数, 则 a 的取值范围是().
 A. $a > 3$ B. $a > 4$ C. $a > 5$ D. $a > 6$
- 根据不等式的性质, 下列变形正确的是().
 A. 由 $-a < 1$ 得 $a < -1$ B. 由 $-2a > -3$ 得 $a < \frac{3}{2}$
 C. 由 $-\frac{1}{2}a > 2$ 得 $a < 2$ D. 由 $-\frac{2}{3}x < -1$ 得 $x < \frac{2}{3}$



6. 如果 $3a < 4b$, 利用不等式的性质变形后可得().

A. $\frac{4}{3}a > b$

B. $\frac{4}{3}a < b$

C. $\frac{a}{4} > \frac{b}{3}$

D. $\frac{a}{4} < \frac{b}{3}$

二、填空题

1. 若三角形三边长分别为 $4, 1-2a, 7$, 则 a 的取值范围是_____.

2. 若代数式 $\frac{3(2k+5)}{2}$ 的值不大于代数式 $5k-1$ 的值, 则 k 的取值范围是_____.

3. 根据不等式的基本性质, 把下列不等式化成 $x > a$ 或 $x < a$ 的形式:

(1) 若 $3x < 2x+1$, 则_____; (2) 若 $-\frac{1}{2}x < 8$, 则_____.

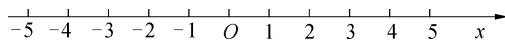
4. 若不等式 $3x-m \leq 0$ 的正整数解是 $1, 2, 3$, 则 m 的取值范围是_____.

三、解答题

1. 解不等式组:

$$\begin{cases} 3x-2 < 8, \\ 2x-1 > 2. \end{cases}$$

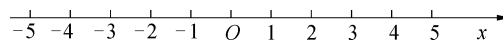
2. 解不等式组 $\begin{cases} x - \frac{3}{2}(2x-1) \leq 4, \\ \frac{1+3x}{2} > 2x-1, \end{cases}$ 把解表示在数轴上, 并求出不等式组的整数解.



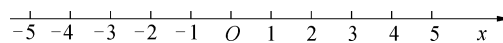


3. 解下列不等式,并在数轴上表示解.

(1) $\frac{1}{3}x < 2$;



(2) $-4x \geq x + 5$.





第1章 集合与充要条件



认知要求

1. 理解集合、元素的概念及集合与元素的关系,掌握常用数集的字母表示.
2. 掌握集合的两种表示方法:列举法和描述法.
3. 掌握集合之间的关系(子集、真子集、相等).
4. 理解空集的意义,掌握空集符号“ $\emptyset$ ”.
5. 理解集合的运算:交、并、补.
6. 了解“充分条件”“必要条件”“充要条件”的意义.



1.1 集合的概念

A 组

一、选择题

1. 下列对象能组成集合的是().
 - A. 自然数中较大的数
 - B. 某校高一年级所有胖学生
 - C. 与 2 009 很接近的数
 - D. 小于 2 009 的正偶数
2. 下列语句表示的元素能组成一个集合的是().
 - A. 本班兴趣广泛的同学
 - B. 与 10 非常接近的实数
 - C. 绝对值小于 8 的整数
 - D. 数轴上位于原点附近的点
3. 下列集合为无限集的是().
 - A. 世界上的最高峰
 - B. 不超过 20 的非负整数
 - C. 我班 16 岁以下的学生
 - D. 平面直角坐标系中横坐标和纵坐标互为相反数的点
4. 下列说法错误的是().
 - A. 自然数集通常用 $\mathbf{Z}$ 来表示
 - B. 集合一般用大写字母来表示



- C. 实数集通常用 $\mathbf{R}$ 来表示 D. 有理数集通常用 $\mathbf{Q}$ 来表示
5. 设集合 $M = \{x | x > 5\}$, $n = 8$, 则().
- A. $M \in n$ B. $n \in M$
C. $n \notin M$ D. $M \notin n$
6. 方程 $(x-5)^2 = 0$ 的解集是().
- A. $\{0, 5\}$ B. $\{5\}$
C. $\{5, 0\}$ D. $\{-5\}$

二、填空题

1. 由小于 7 的自然数组成的集合所包含的元素为_____.
2. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:
- (1) 0 _____ $\mathbf{N}$; (2) $\frac{2}{3}$ _____ $\mathbf{Q}$;
(3) 5 _____ $\mathbf{Q}$; (4) $\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{Z}$;
(5) -1 _____ $\mathbf{R}$; (6) -2 _____ $\mathbf{N}^*$.
3. $\{(x, y) | x + y = 6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ 用列举法表示为_____.
4. $\{3, 6, 9, 12, 15\}$ 用描述法表示为_____.

三、解答题

1. 判断下列各组对象能否组成一个集合, 并说明理由.
- (1) 所有的三角形; (2) 我国的小河流;
(3) 方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的所有实数解; (4) 著名的数学家.
2. 用列举法表示下列各集合:
- (1) 大于 2 且小于 14 的所有奇数组成的集合;
(2) 平方等于 5 的所有数组成的集合;
(3) 倒数等于它本身的所有数组成的集合;
(4) 不等式 $3x - 5 < 7$ 的正整数解集.



3. 用适当的方法表示下列各集合:

- (1) 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的所有解组成的集合;
- (2) 所有偶数组成的集合;
- (3) 大于 -5 且小于 3 的所有整数组成的集合;
- (4) 以点 O 为圆心, 以 r 为半径的圆上所有点组成的集合.

B 组**一、选择题**

1. 给出下列条件:

- ① 大于 5 、小于 20 且既能被 3 整除又能被 2 整除的数的全体;
- ② 方程 $x^2 + 2x = 0$ 的解的全体;
- ③ 某学校校园内部的柳树的全体;
- ④ 大于 50 的无理数的全体.

其中能构成一个集合的个数为().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 用描述法表示第三象限内的点构成的集合, 正确的是().

- A. $\{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y < 0\}$ B. $\{(x, y) | x < 0 \text{ 且 } y < 0\}$
C. $\{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$ D. $\{(x, y) | x \leq 0 \text{ 且 } y \leq 0\}$

3. 下列说法错误的是().

- A. 平面直角坐标系中的所有整点(横、纵坐标都是整数的点)可组成一个集合
- B. 小于 0.01 的整数的集合是无限集
- C. 只含有元素 0 的集合是空集
- D. 有限集所含的元素个数是有限的

4. 已知一元二次方程 $-x^2 + 5x - 4 = 0$ 的解集用 A 表示, 则有().

- A. $1 \in A$, 且 $4 \in A$ B. $1 \in A$, 但 $4 \notin A$



- C. $1 \notin A$, 但 $4 \in A$ D. $1 \notin A$, 且 $4 \notin A$
5. 下列命题中, 不正确的个数为().
- ① 集合 $\mathbf{N}^*$ 中的最小元素是 1; ② 若 $-a \in \mathbf{N}$, 则 $a \in \mathbf{N}$;
 ③ $x^2 + 4 = 4x$ 的解集中有两个元素; ④ $0.7 \in \mathbf{Q}$.
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
6. 将集合 $\{2, 4, 6, 8\}$ 用描述法表示, 正确的有().
- ① $\{x | x \text{ 是大于 } 0 \text{ 且小于 } 10 \text{ 的偶数}\}$; ② $\{x | 2 \leq x \leq 8\}$;
 ③ $\{x | (x-2)(x-4)(x-6)(x-8)=0\}$; ④ $\{x | x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}$;
 ⑤ $\{x | x=2n, 1 \leq n \leq 4, n \in \mathbf{N}\}$.
- A. ①②③ B. ①③④ C. ②③⑤ D. ①③⑤

二、填空题

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:

- (1) 0 _____ $\mathbf{N}^*$; (2) -1 _____ $\mathbf{Z}$;
 (3) 3.14 _____ $\mathbf{Q}$; (4) π _____ $\mathbf{Q}$;
 (5) $3.\dot{1}\dot{4}$ _____ $\mathbf{Q}$; (6) $3.141\ 592\ 6$ _____ $\mathbf{R}$.

2. 实数集 $\{3, x, x^2 - 2x\}$ 中的元素 x 不能取的值为_____.
3. 集合 $M = \{y | y = x^2, |x| \leq 2, x \in \mathbf{Z}\}$, 用列举法表示为_____.
4. 若 $2 \in \{1, 3, x^2 + x\}$, 则 x 的值为_____.

三、解答题

1. 判断下列各组对象能否组成集合, 并说明理由.

- (1) 小于 10 的自然数;
 (2) 一条边的长度为 4 cm, 一个角为 90° 的等腰三角形;
 (3) 方程 $x^2 - 2x = 0$ 的实数根;
 (4) 方程 $x^2 + 2 = 0$ 的解.



2. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 被 3 除余 2 的所有自然数构成的集合;
- (2) 方程 $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$ 的解集;
- (3) 在自然数集内, 小于 100 的所有奇数构成的集合;
- (4) 20 的所有正约数组成的集合.

3. 已知集合 A 的元素为实数, 且满足: 若 $a \in A$, 则 $\frac{1+a}{1-a}, -\frac{1}{a}, 1-\frac{a}{3} \in A$.

- (1) 若 $a = -3$, 求出 A 中其他元素;
- (2) 0 是不是集合 A 中的元素? 请你设计一个实数 $a \in A$, 再求出 A 中其他元素.



1.2 集合之间的关系

A 组

一、选择题

- 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, 集合 $N = \{0, 2\}$, 则().
 A. $M \subsetneq N$ B. $M = N$ C. $N \subsetneq M$ D. $N \in M$
- 下列说法正确的是().
 A. 空集没有子集
 B. 空集是任何一个集合的真子集
 C. 任何一个集合必有两个或两个以上的子集
 D. 设集合 $B \subseteq A$, 若 $x \notin A$, 则 $x \notin B$



- ## 二、填空题

- ### 三、解答题

2. 判断集合 C 与 D 的关系: $C = \{x | x \text{ 是等腰直角三角形}\}$, $D = \{x | x \text{ 是有一个角是 } 45^\circ \text{ 的直角三角形}\}$.



3. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 = 0\}$, 集合 $B = \{-2, 3, 4\}$, 判断集合 A 与 B 之间的关系.

B 组

一、选择题

1. 设集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | x - a < 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是().
 A. $a \geq 3$ B. $a \leq -2$ C. $a \geq -2$ D. $a \leq 3$
2. 下列表达式正确的是().
 A. $\{\text{偶数}\} \subseteq \mathbf{Z}$
 B. $\mathbf{Q} \supseteq \mathbf{R}$
 C. $\{3 \text{ 的倍数}\} = \{x | x = 3n, n \in \mathbf{R}\}$
 D. $\{\text{梯形}\} \subseteq \{\text{等腰梯形}\}$
3. 给出下列关系式:
 ① $0 \in \{0, 1\}$; ② $0 \subseteq \{0, 1\}$; ③ $\emptyset \in \{0\}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0\}$; ⑤ $\{0\} \subseteq \{0\}$.
 其中正确的是().
 A. ①②④⑤ B. ②③④⑤ C. ②④⑤ D. ①④
4. 若集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $B = \{x | x = 4k \pm 2, k \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 A 与集合 B 的关系是().
 A. $A \subseteq B$ B. $A = B$ C. $B \subseteq A$ D. $A \neq B$
5. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 2, x \in \mathbf{Z}\}$, 则集合 A 的真子集的个数为().
 A. 7 B. 8 C. 15 D. 16
6. 已知集合 $A = \{x | -3 < x \leq 2\}$, 集合 $B = \{x | x < a\}$. 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是().
 A. $\{a | a \geq 2\}$ B. $\{a | a > 2\}$
 C. $\{a | -3 < a \leq 2\}$ D. $\{a | a \leq 2\}$

二、填空题

1. 设集合 $A = \{1, 3, a\}$, 集合 $B = \{1, a^2 - a + 1\}$, 且有 $B \subseteq A$, 则由 a 的取值构成的集合为_____.
2. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, 集合 $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是_____.



3. 用符号“ $\subseteq$ ”“ $\supseteq$ ”或“ $=$ ”填空:

(1) $\{x|x^2=4\}$ _____ $\{2\}$; (2) $\{z||z|=3\}$ _____ $\{3,-3\}$;

(3) $\{x|x<5\}$ _____ $\{x|x<1\}$; (4) $\{\sqrt{2},-\sqrt{2}\}$ _____ $\{x|x^2=2\}$.

4. 若 $\left\{1,a,\frac{b}{a}\right\}=\{a^2,0,a+b\}$, 则 $a^{2021}+b^{2022}=\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 已知集合 $A=\{x|2x-10=0\}$, 集合 $B=\{a^2,3\}$, 且 $A\subseteq B$, 求 a .

2. 已知集合 $A=\{x|x=6k,k\in\mathbf{Z}\}$, 集合 $B=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$, 试指出集合 A 与集合 B 之间的关系.

3. 已知集合 $A=\{x|x^2+x-2=0\}$, 集合 $B=\{x|x^2+ax+2a-4=0\}$, 若 $B\subseteq A$, 求实数 a 的值.



1.3 集合的运算

A 组

一、选择题

1. 设集合 $M = \left\{x \mid x > \frac{1}{2}\right\}$, 集合 $S = \{x \mid x > -1\}$, 则 $M \cap S =$ ().
 A. $\left\{x \mid x > \frac{1}{2}\right\}$ B. $\{x \mid x > -1\}$
 C. $\left\{x \mid -1 < x < \frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid x < \frac{1}{2}\right\}$
2. 已知集合 $M = \{x \mid -4 < x < 3\}$, 集合 $N = \{x \mid x < -\sqrt{3} \text{ 或 } x > 1\}$, 那么 $M \cap N =$ ().
 A. $\{x \mid -4 < x < -\sqrt{3} \text{ 或 } 1 < x < 3\}$ B. $\mathbf{R}$
 C. $\{x \mid -\sqrt{3} < x < 3\}$ D. $\{x \mid -4 < x < 1\}$
3. 设集合 $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, 集合 $N = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$, 则 $M \cup N =$ ().
 A. $\{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$ B. $\{x \mid 2 < x < 3\}$
 C. $\{x \mid -1 < x < 4\}$ D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 4\}$
4. 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, 集合 $N = \{(x, y) \mid x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N =$ ().
 A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$
 C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$
5. 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $M = \{a, c, e\}$, 集合 $N = \{b, d\}$, 则下列集合是空集的是 ().
 A. $M \cap (\complement_U N)$ B. $M \cap N$
 C. $M \cup N$ D. $(\complement_U M) \cap N$
6. 下列结论中, 正确的个数为 ().
 ① 若 $x \in A$, 则 $x \in (A \cap B)$; ② 若 $A \cup B = \emptyset$, 则 $A = B = \emptyset$;
 ③ $\emptyset \subseteq \{0\}$; ④ $\{0\} \cap \emptyset = \emptyset$.
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

1. 设集合 $A = \{x \mid x > -3\}$, 集合 $B = \{x \mid x \geq 4\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
2. 已知集合 $A = \{1, 3, x\}$, 集合 $B = \{x^2, 1\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则 $x =$ _____.
3. 已知集合 $M = \{(x, y) \mid 3x + y = 6\}$, 集合 $N = \{(x, y) \mid x - y = 2\}$, 则 $M \cap N =$ _____.
4. 设全集 $U = \{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$, 集合 $A = \{x \mid 0 \leq x < 2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.



三、解答题

1. 已知集合 $A = \{a, b, c, d\}$, 集合 $B = \{b, d, e, f\}$, 求 $A \cap B$ 以及 $A \cup B$.
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 9 = 0\}$, 集合 $B = \{x | x - 3 = 0\}$, 求 $A \cap B$ 以及 $A \cup B$. (用列举法表示)
3. 已知集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 6\}$, 集合 $B = \{x | m + 2 \leq x \leq 2m\}$, 且满足 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

B 组

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{(x, y) | 2x - y = 3\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x + y = 3\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.
 A. $(2, 1)$ B. $\{(2, 1)\}$ C. $\{2, 1\}$ D. $x = 2, y = 1$
2. 设全集 $U = \{1, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, |a - 2|\}$, 若 $\complement_U A = \{4\}$, 则 a 的取值为 $(\quad)$.
 A. 3 B. 5 C. -1 或 5 D. 1 或 5
3. 下列各式错误的是 $(\quad)$.
 A. $A \cap B = B \cap A$ B. $A \cap A = A \cup A$
 C. $A \subseteq (A \cup B)$ D. 若 $a \in A$, 则 $a \in (A \cap B)$



4. 已知集合 $M = \{1, 3, t\}$, 集合 $N = \{t^2 - t + 1\}$, 若 $M \cup N = M$, 则().
 A. $t = 1$ B. $t = 2, t = 0$ 或 $t = -1$
 C. $t = 2$ 或 $t = \pm 1$ D. t 不存在
5. 设全集 $U = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $M = \{1, 3, 5\}$, 集合 $N = \{5, 6, 7\}$, 则集合 $(\complement_U M) \cap (\complement_U N) =$ ().
 A. $\{5\}$ B. $\{8\}$ C. $\{5, 7\}$ D. $\{7, 8\}$
6. 若集合 $M = \{x | x^2 + 2x - a = 0\}$, 且 $\emptyset \subsetneq M$, 则实数 a 的取值范围是().
 A. $\{a | a \geq -1\}$ B. $\{a | a \leq -1\}$ C. $\{a | a \geq 1\}$ D. $\{a | a \leq 1\}$

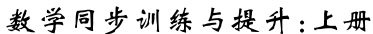
二、填空题

1. 设全集 $U = \{-4, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{x | |x| = 2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.
2. 若全集 $U = \{-2, 2, a + 3\}$, $\complement_U A = \{3\}$, 则 $a =$ _____, 集合 $A =$ _____.
3. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | -1 < x \leq 2\}$, 集合 $N = \{x | x \leq 2\}$, 则 $(\complement_U M) \cup N =$ _____.
4. 设集合 $A = \{(x, y) | 2x + y = 1\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x + 2y = 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

三、解答题

1. 已知全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, 集合 $A = \{a, b\}$, 集合 $B = \{b, c, d\}$, 求 $\complement_U A$, $\complement_U B$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$, $\complement_U (A \cap B)$, $\complement_U (A \cup B)$.

2. 已知集合 $A = \{x | a \leq x \leq a + 3\}$, 集合 $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;
- (2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.



1.4 充要条件



6. 下列关系中,正确的个数是().

- ① $y = \sqrt{x^2} \Rightarrow y = x$; ② $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$;
③ $ac^2 > bc^2 \Rightarrow a > b$; ④ $a > b, b > c \Rightarrow a > c$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题

1. 用符号“ $\Rightarrow$ ”“ $\Leftarrow$ ”或“ $\Leftrightarrow$ ”填空:

- (1) “ $a+5$ 是无理数”_____“ a 是无理数”;
(2) “ $ac=bc$ ”_____“ $a=b$ ”;
(3) “两个三角形全等”_____“两个三角形相似”.

2. 命题 p 是命题 q 的充分条件,命题 s 是命题 q 的必要条件,命题 t 是命题 s 的充要条件,则命题 t 是命题 p 的_____条件.

3. “ $x=2$ ”是“ $2x-4=0$ ”的_____条件.

4. “ $|x|>0$ ”是“ $x>0$ ”的_____条件.

三、解答题

1. 已知 p, q 都是 r 的充分条件, s 是 r 的充要条件, s 是 q 的充分条件.

- (1) p 是 q 的什么条件?
(2) r 是 q 的什么条件?
(3) 其中哪几对互为充要条件?

2. 指出下列各组命题中,条件 p 是结论 q 的什么条件.

- (1) $p: a=b, q: a^2=b^2$;
(2) p : 两个三角形全等, q : 这两个三角形的面积相等;
(3) p : 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC, q$: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=\angle C$.



3. 设集合 $A = \{x | x^2 + 2x - 3 = 0\}$, 集合 $B = \{x | ax + 1 = 0\}$, 试写出满足 $B \subseteq A$ 的充分条件时, a 可能取到的所有的值.

B 组

一、选择题

1. 设集合 $M = \{x | x > 3\}$, 集合 $P = \{x | x < 4\}$, 那么“ $x \in M$ 或 $x \in P$ ”是“ $x \in (M \cap P)$ ”的().
 A. 必要条件
 B. 充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
2. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“不等式 $a > b$ 与 $\frac{a-b}{ab} < 0$ 都成立”的充要条件是().
 A. $a > 0 > b$
 B. $a > 0$ 或 $b < 0$
 C. $ab < 0$
 D. $ab \neq 0$
3. 设 P, Q 是非空集合, 命题甲: $P \cap Q = P \cup Q$, 命题乙: $P \subseteq Q$, 那么甲是乙的().
 A. 充分条件
 B. 必要条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
4. “ $a = 2$ ”是“直线 $l_1: (6-a)x + ay + 5 = 0$ 和直线 $l_2: -x + ay + 3 = 0$ 互相垂直”的().
 A. 充要条件
 B. 充分条件
 C. 必要条件
 D. 既不充分也不必要条件
5. 若命题 $p: x^2 - 7x + 6 = 0$, 命题 $q: x = 6$, 则 p 是 q 的().
 A. 充分条件
 B. 必要条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
6. “ $a \in (A \cup B)$ ”是“ $a \in (A \cap B)$ ”的().
 A. 充分条件
 B. 必要条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

1. “ $b = 0$ ”是“一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过原点”的_____条件.



2. “ $a^2 + b^2 + c^2 = 0 (a, b, c \in \mathbf{R})$ ”的充要条件是_____.
3. 用“充分条件”“必要条件”或“充要条件”填空:
- (1) “ m 为正整数”是“ m 为自然数”的_____;
- (2) “ n 为实数”是“ n 为自然数”的_____;
- (3) “三角形的三条边都相等”是“三角形是等边三角形”的_____.
4. 若 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a^2 - a - 6 = 0$ ”是“ $a = -2$ ”的_____条件.

三、解答题

1. 指出下列各组命题中, 条件 p 是结论 q 的什么条件.

- (1) $p: x^2 - 3x + 2 = 0, q: x = 1$;
- (2) $p: a^2 > b^2, q: x^2 + ax + b = 0$ 有实数根;
- (3) $p: a = b = 0, q: a^2 - b^2 = 0$;
- (4) $p: a^3 + b^3 = 0, q: a + b = 0$.

2. 已知“ $x^2 - mx + 6 = 0$ ”的充要条件是“ $x = 2$ 或 $x = 3$ ”, 求 m 的值.



3. 设命题 $p: 3x+4y-3z=2$, 命题 $q: 3x-4y-3z=-14$, 命题 $r: 7y+5z=29$. 求命题 p , q, r 同时成立的充要条件.



第2章 不等式



认知要求

1. 理解不等式的基本性质.
2. 掌握区间的概念.
3. 掌握一元二次不等式及其解法.
4. 了解含绝对值的不等式的解法.



2.1 不等式的基本性质

A 组

一、选择题

1. 下列命题正确的是().
 - ① 如果 $a > b$, 且 $b > c$, 则 $a > c$;
 - ② 如果 $a > b$, 且 $c \in \mathbf{R}$, 则 $a + c > b + c$;
 - ③ 如果 $a > b$, 且 $c \in \mathbf{R}$, 则 $ac > bc$.

A. ①② B. ①②③ C. ①③ D. ②③
2. 若 $a > b$, c 为实数, 则下列不等式成立的是().

A. $ac > bc$ B. $ac < bc$

C. $ac^2 > bc^2$ D. $ac^2 \geq bc^2$
3. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式中不成立的是().

A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$

C. $|a| > |b|$ D. $a^2 > b^2$
4. 下列命题中, 正确的是().

A. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ B. 若 $a + b > a$, 则 $b > 0$

C. 若 $b - a > -a$, 则 $b < 0$ D. 若 $ab > 0$, 则 $a > 0$ 且 $b > 0$
5. 设 $\frac{x+3}{3} < -2$, 则().



- A. $x > 0$ B. $x > -9$ C. $x < -9$ D. $x < -6$

6. 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则下列各不等式中恒成立的是().

- A. $a^2 > b^2$ B. $a + b > 2\sqrt{ab}$
C. $ab < b^2$ D. $a^2 + b^2 > |a| + |b|$

二、填空题

1. 若 $a + 1 > 10, b - 2 < 5$, 则 $(a - 9)(b - 7)$ _____ 0.
2. 若 $a > 0, \frac{a}{b} > 1$, 则 $a - b$ _____ 0.
3. 若 $a > b > 0$, 则 a^2b 与 ab^2 的大小关系是_____.
4. 若 $a > b > 0$, 则 a^2 与 b^2 的大小关系是_____.

三、解答题

1. 设 $a > 0, b > 0$, 试比较 $\frac{b}{a}$ 与 $\frac{b}{a+1}$ 的大小.

2. 试比较 $(x-3)^2$ 与 $(x-1)(x-5)$ 的大小.

3. 若 $x > 2$, 试比较 $\frac{x+2}{x}$ 与 $\frac{x}{x-2}$ 的大小.



B 组

一、选择题

1. 下列不等式中正确的有().

① $m-1>m-2$; ② $1-m>2-m$; ③ $m>2m$; ④ $1+m>1-m$.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 设 $A=\frac{x+3}{x+4}$, $B=\frac{x+4}{x+5}$, 则 A 与 B 的大小关系是().

A. $A<B$

B. $A>B$

C. 当且仅当 $x>-4$ 时, $A<B$

D. 当 $x>-4$ 或 $x<-5$ 时, $A<B$

3. 下列命题中正确的是().

A. 若 $a>b, b>c$, 则 $a-b>b-c$

B. 若 $a>b$, 则 $ac^2>bc^2$

C. 若 $a>b, b>c$, 则 $a+b>b+c$

D. 若 $ab>0$, 则 $a>0$ 且 $b>0$

4. 若 $a+b>0, c<0, bc>0$, 则 $a-b$ 的值().

A. 大于 0

B. 小于 0

C. 等于 0

D. 符号不能确定

5. 若 $x\neq 2, y\neq 3$, 则 $M=x^2+y^2-4x-6y$ 的值与 -13 的大小关系是().

A. $M>-13$

B. $M<-13$

C. $M=-13$

D. 不能确定

6. 如果 $a>b$, 则一定有().

A. $a-b>2$

B. $a-3<b-2$

C. $a+3>b+2$

D. $\frac{a}{-3}>\frac{b}{-3}$

二、填空题

1. 比较大小: a^2+b^2+2 _____ $a+b$.

2. 若 $a>b>c>1$, 则 ac, bc, abc 从大到小的排列顺序是_____.

3. 若 $x-2y>0, z-2y<0$, 则 x _____ z .

4. 比较大小: 如果 $a<b<0$, 则 $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{b}$.

三、解答题

1. 比较 $(x^2+1)^2$ 与 $x^4+x^2-2x(x\neq -1)$ 的大小.



2. 已知 $a < b$, 且 $ab \neq 0$, 试比较 $\frac{1}{a}$ 与 $\frac{1}{b}$ 的大小.

3. 已知 $a > b > 0$, 试比较 $\frac{(a-b)^2}{8a}$, $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}$, $\frac{(a-b)^2}{8b}$ 的大小.



2.2 区间

A 组

一、选择题

1. 下列表示是无限区间的是().

A. $\{x | 1 < x < 2\}$

B. $[3, +\infty)$

C. $(1, 4)$

D. $\{x | -1 < x \leq 1\}$

2. 若 $1 < x < 5$, 则用区间表示为().

A. $(1, 5]$

B. $[1, 5]$

C. $(1, 5)$

D. $[1, 5)$

3. 集合 $\{x | x > 1\}$ 用区间表示为().

A. $(-\infty, 1)$

B. $(-\infty, 1]$

C. $(1, +\infty)$

D. $[1, +\infty)$

4. 不等式 $0 < 2x - 1 \leq 3$ 的解集用区间表示为().

A. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

B. $(0, 2)$

C. $\left[\frac{1}{2}, 2\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}, 2\right]$

5. 若集合 $A = (-1, 3]$, 集合 $B = (1, 5)$, 则 $A \cup B =$ ().

A. $(-1, 1)$

B. $(-1, 5)$

C. $(3, 5)$

D. $(1, 3]$



6. 若集合 $A=(3,6)$, 集合 $B=[4,7)$, 则 $A \cap B=(\quad)$.

A. $(3,6)$

B. $[4,7)$

C. $(4,6)$

D. $[4,6)$

二、填空题

1. 用区间表示下列集合.

(1) $\{x|x<11\}$: _____;

(2) $\{x|x \leq 7\}$: _____;

(3) $\{x|x>-7\}$: _____;

(4) $\{x|x \geq 4\}$: _____;

(5) $\{x|-2<x<9\}$: _____;

(6) $\{x|2 \leq x<8\}$: _____;

(7) $\{x|x \leq 5\}$: _____;

(8) $\mathbf{R}$: _____.

2. 用集合的描述法表示下列区间.

(1) $[a,b]=$ _____;

(2) $[a,b)=$ _____;

(3) $(a,b)=$ _____;

(4) $(2,5)=$ _____;

(5) $[4,+\infty)=$ _____;

(6) $(a,+\infty)=$ _____;

(7) $(-\infty,-1]=$ _____;

(8) $(-\infty,a)=$ _____.

3. 已知集合 $A=(-4,7]$, 集合 $B=(2,5)$, 则 $A \cup B=$ _____.

4. 不等式 $2-x-1<4x$ 的解集用区间表示为 _____.

三、解答题

1. 用区间表示不等式 $3x-5>4$ 的解集.

2. 用区间表示不等式组 $\begin{cases} x-5<0, \\ 2x+1>3 \end{cases}$ 的解集.



3. 求 $\{x | 2x - 5 < 0\} \cap \left\{x \mid \frac{3-x}{2} < \frac{x}{3}\right\}$, 结果用区间的形式表示.

B 组

一、选择题

- 不等式 $-2 < x \leq 3$ 可用区间表示为().
A. $(-2, 3]$ B. $[-2, 3)$ C. $[-2, 3]$ D. $(-2, 3)$
- 不等式 $-5 \leq 2x - 3 < 5$ 的解集为().
A. $[-1, 1]$ B. $(-4, 4]$ C. $(-1, 4]$ D. $[-1, 4)$
- 若集合 $A = (-1, 3]$, 集合 $B = [0, 5)$, 则 $A \cup B =$ ().
A. $(-1, 5]$ B. $(-1, 5)$ C. $[0, 3]$ D. $(0, 3)$
- 已知 x 的取值范围为 $[0, 2]$, 则 $x + 3$ 的取值范围为().
A. $[-3, -1]$ B. $[0, 2]$ C. $[2, 5]$ D. $[3, 5]$
- 若 $4 \geq x \geq -2$, 则用区间表示为().
A. $(-2, 4)$ B. $[-2, 4)$ C. $[-2, 4]$ D. $(-2, 4]$
- 不等式 $2x - 1 > 0$ 和 $1 - x \geq 0$ 的交集是().
A. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$ C. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. $(-\infty, 1]$

二、填空题

- 若集合 $A = (-10, 5]$, 集合 $B = [-4, 6)$, 则 $A \cap B =$ _____. (用区间表示)
- 已知集合 $A = (1, 4]$, 集合 $B = (-\infty, 2]$, 则 $A \cup B =$ _____. (用区间表示)
- 已知全集 $U = [-6, 6]$, $\complement_U A = (-2, 5)$, 则集合 $A =$ _____.
- 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = (-3, 2]$, 集合 $B = (1, 5]$, 则 $\complement_U (A \cup B) =$ _____.



三、解答题

1. 已知集合 $A=(-3,6)$, 集合 $B=[-2,7)$.

(1) 求 $A \cup B$;

(2) 求 $A \cap B$;

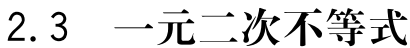
(3) 分别在数轴上表示 $A, B, A \cup B, A \cap B$.

2. 用区间表示下列不等式(组)的解集,并在数轴上表示出来.

$$(1) \frac{2+x}{3} \geq \frac{2x-1}{2};$$

$$(2) \begin{cases} 3x+14 \geq 4(2x-9), \\ \frac{x+3}{2} < x - \frac{3}{2}. \end{cases}$$

3. 求 $\{x | 9x > 6 - x\} \cup \left\{x \left| \frac{2x+1}{3} - \frac{3-2x}{2} < 0 \right.\right\}$, 结果用区间的形式表示.



A 组

D. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$$(2)(x+2)(x-3) > 0;$$



$$(3) x^2 - 2x - 3 > 0;$$

$$(4) x^2 - 2x - 3 < 0;$$

$$(5) 9 - x^2 \geq 0;$$

$$(6) x^2 - 5x - 6 < 0.$$

2. 解不等式 $(x-4)\sqrt{x^2-3x-4} \geq 0$.

3. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 7x + 6 < 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 4x \leq 0\}$, 求 $A \cap B$, 并将结果用区间表示.

B 组

一、选择题

1. 不等式 $x^2 > a^2$ ($a < 0$) 的解集是().

A. $(-a, +\infty)$

B. $(a, -a)$

C. $(-\infty, a) \cup (-a, +\infty)$

D. $(-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$



2. 不等式 $\frac{1}{x^2-x} < 0$ 的解集是().
- A. $(0,1)$ B. $(-\infty,1)$
C. $(-\infty,0) \cup (1,+\infty)$ D. $(0,+\infty)$
3. 若不等式 $x^2+ax+b < 0$ 的解集是 $\{x|2 < x < 3\}$, 则 a, b 的值分别是().
- A. $-5, 6$ B. $5, -6$
C. $2, 3$ D. $5, 6$
4. 不等式 $x^2+x-2 > 0$ 的解集是().
- A. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ B. $(-2, 1)$
C. $(0, 1)$ D. $(-1, 1)$
5. 下列不等式中, 解集为空集的是().
- A. $x^2+2x+1 \leq 0$ B. $2x-x^2-4 < 0$
C. $x^2-4 \leq 0$ D. $2-3x+2x^2 \leq 0$
6. 不等式 $-3x^2 < 0$ 的解集为().
- A. $\emptyset$ B. $\mathbf{R}$
C. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ D. $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$

二、填空题

1. 不等式 $\frac{1}{3}x^2-2x+\frac{2}{3} < -1$ 的解集是_____.
2. 函数 $y = \frac{3}{4}x^2+4$ 的最小值是_____.
3. 当 $x =$ _____时, 函数 $y = 4x\left(1-\frac{x}{3}\right)$ 有最大值, 最大值为_____.
4. 若 $\sqrt{-2x^2+x+3}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

三、解答题

1. 解下列一元二次不等式:

(1) $2x^2-11x+12 > 0$;

(2) $(x-3)^2 > (x-2)(x-4)$.



2. 解不等式 $2 \leq x^2 - 7x + 2 < 10$.

3. 解不等式组 $\begin{cases} 3x + 2 > 1, \\ x^2 - 2x < 0. \end{cases}$



2.4 含绝对值的不等式

A 组

一、选择题

- 不等式 $|x| \leq 4$ 的解集是().
 A. $\{x | -4 \leq x \leq 4\}$ B. $\{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 4\}$
 C. $\{x | x < -4 \text{ 或 } x > 4\}$ D. 以上都不对
- 绝对值大于 3 且不大于 6 的最小整数是().
 A. 4 B. 3 C. -3 D. -6
- 不等式 $|x - 3| \leq 6$ 的解集是().
 A. $\{x | -3 \leq x \leq 2 \text{ 或 } 4 \leq x \leq 9\}$ B. $\{x | -3 \leq x \leq 9\}$
 C. $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x | 4 \leq x \leq 9\}$
- 下列等式不一定成立的是().
 A. $|a| = a$ B. $\sqrt{a^2} = |a|$
 C. $|b - a| = |a - b|$ D. $|a| \geq 0$



5. 不等式 $|2x+7|+3 \geq 0$ 的解集为().

A. $\emptyset$

B. $[-5, -2]$

C. $(-\infty, -5]$

D. $\mathbf{R}$

6. 不等式 $2|3x-5| < 0$ 的解集为().

A. $\emptyset$

B. $\left\{\frac{5}{3}\right\}$

C. $\left(-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$

D. $\mathbf{R}$

二、填空题

1. 已知 $|x-a| < b$ 的解集为 $\{x | -3 < x < 9\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

2. 不等式 $|x-1| > 5$ 的解集是_____.

3. 不等式 $2+|x| \leq 0$ 的解集是_____.

4. 不等式 $|7-2x| > 0$ 的解集是_____.

三、解答题

1. 解不等式 $|x-3| < x-1$.

2. 解不等式 $|3x-4| > 1$.

3. 解不等式 $2 < |x| \leq 4$.

B 组



2. 解不等式 $|x-1| + |x+2| \geq 5$.

3. 若集合 $A = \{x \mid |x+7| > 10\}$, 集合 $B = \{x \mid |x-5| < k\}$, 且 $A \cap B = B$, 求 k 的取值范围.

1. 理解函数的概念.
2. 理解函数的三种表示法:解析法、列表法、图像法.
3. 理解函数的单调性与奇偶性.
4. 了解函数的实际应用.



A 组

D. $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$



6. 已知 $f(x)=x$, 则 $f(a^2)=(\quad)$.

A. x^2

B. a^2

C. a

D. x

二、填空题

1. 已知 $f(x+2)=x^2-2x-3$, 则 $f(x)=$ _____.

2. 已知 $f(x)=x^2+x+1$, 则 $f(3)=$ _____.

3. 若 $f(x)=ax^2+bx+1$, 且 $f(-1)=0, f(1)=4$, 则 $f(x)$ 的解析式为_____.

4. 函数 $y=\sqrt{2x-4}$ 的定义域为_____.

三、解答题

1. 已知函数 $f(x)=x^2-3x+1, x \in \{-1, 0, 1, 3, 5, 7\}$, 求 $f(-1), f(1), f(5)$ 以及函数的值域.

2. 求下列函数的定义域:

(1) $f(x)=\frac{1}{x-5}$;

(2) $f(x)=\sqrt{4x+8}$;

(3) $f(x)=\frac{\sqrt{2x-1}}{x-3}$;

(4) $f(x)=\frac{1}{3x+1}+\sqrt{2x+3}$.



3. 画出下列函数的图像:

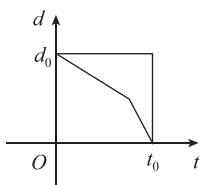
(1) $f(x) = 2x + 1$;

(2) $f(x) = \frac{1}{x}$.

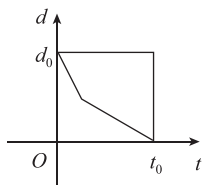
B 组

一、选择题

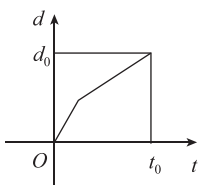
1. 某学生去学校,一开始是跑步,等跑累了再走余下的路程,如下图纵轴表示离学校的距离,横轴表示出发的时间,则下面四个图形中比较符合该学生走法的是().



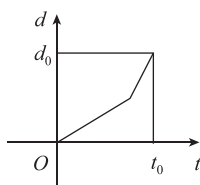
A



B



C



D

2. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{4x-x^2}}{|x-1|-1}$, 则函数 $f(x)$ 的定义域为().

A. $[0, 4]$

B. $[0, 2) \cup (2, 4]$

C. $(0, 2) \cup (2, 4]$

D. $(0, 4]$

3. 下列各组函数中,表示同一个函数的是().

A. $y = x$ 与 $y = \frac{x^2}{x}$

B. $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$

C. $y = \frac{x^4-1}{x^2+1}$ 与 $y = x^2-1$

D. $y = \sqrt{\frac{x+3}{x-3}}$ 与 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$

4. 已知函数 $f(x+1) = 2x+3$, 则 $f(3)$ 的值为().

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 0, \\ -2x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f(2) + f(-1) =$ ().

A. 2

B. 4

C. 6

D. -6

6. 下列函数中,值域为 $(0, +\infty)$ 的是().

A. $y = \sqrt{x-2}$

B. $y = 2x+1 (x > 0)$



C. $y = x^2 + x + 1$

D. $y = \frac{1}{x^2}$

二、填空题

1. 函数 $g(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-2}$ 的定义域为_____.

2. 函数 $f(x) = \sqrt{2x-2}$ 的值域为_____.

3. $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ 的定义域为_____. (用区间表示)

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x < 0, \\ 3, & x = 0, \\ \frac{1}{x}, & x > 0, \end{cases}$ 则函数 $f\{f[f(-2)]\}$ 的值为_____.

三、解答题

1. 已知 $f(x)$ 是一次函数, 且 $f[f(x)] = 16x + 18$, 求 $f(x)$ 的解析式.

2. 画出函数 $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in (0, 1), \\ x+1, & x \in [1, 2) \end{cases}$ 的图像.



3. 写出下列函数的关系式:

- (1) 周长为 60 cm 的长方形, 写出它的长 $y(\text{cm})$ 与宽 $x(\text{cm})$ 之间的关系;
 (2) 面积为 100 m^2 的长方形, 写出它的长 $y(\text{m})$ 与宽 $x(\text{m})$ 之间的关系.



3.2 函数的性质

A 组

一、选择题

- 点 $P(2, 5)$ 关于 y 轴的对称点的坐标为().
 A. $(-2, 5)$ B. $(2, -5)$ C. $(-2, -5)$ D. $(5, 2)$
- 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I , 若 $x_1, x_2 \in I$, 且 $x_1 > x_2$, 有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则函数 $f(x)$ 在 I 上().
 A. 是增函数 B. 是减函数
 C. 有单调性 D. 不一定具有单调性
- 若函数 $y=f(x)$ 在 $(0, 5)$ 内是增函数, 则下列结论中正确的是().
 A. $f(1) < f\left(\frac{5}{2}\right) < f\left(\frac{7}{2}\right)$ B. $f\left(\frac{5}{2}\right) < f(1) < f\left(\frac{7}{2}\right)$
 C. $f\left(\frac{7}{2}\right) < f\left(\frac{5}{2}\right) < f(1)$ D. $f\left(\frac{7}{2}\right) < f(1) < f\left(\frac{5}{2}\right)$
- 若函数 $f(x) = (2k+1)x + 5$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是减函数, 则().
 A. $k > \frac{1}{2}$ B. $k < \frac{1}{2}$
 C. $k > -\frac{1}{2}$ D. $k < -\frac{1}{2}$



5. 下列函数是奇函数的是().

A. $y=x^2$

B. $y=x^3+1$

C. $y=\sqrt{x}$

D. $y=-8x$

6. 偶函数 $f(x)$ 在 $[2,5]$ 上是增函数, 且最小值为 7, 则 $f(x)$ 在 $[-5,-2]$ 上是().

A. 增函数且最小值为 7

B. 增函数且最大值为 7

C. 减函数且最小值为 7

D. 减函数且最大值为 7

二、填空题

1. 点 $(1,3)$ 关于 x 轴的对称点的坐标为_____, 关于 y 轴的对称点的坐标为_____, 关于原点的对称点的坐标为_____.

2. 函数 $y=3x-1$ 是_____ (“增”或“减”) 函数, 它的单调区间是_____; 函数 $y=3-x$ 是_____ (“增”或“减”) 函数, 它的单调区间是_____.

3. 函数 $f(x)=-x^2+4x-4$ 在区间 $[2,5]$ 上是单调_____ (“增”或“减”) 函数.

4. 如果函数 $f(x)=(2m-1)x^2+mx+3$ 在实数集 $\mathbf{R}$ 内是单调函数, 那么 m 的值为_____.

三、解答题

1. 判断下列函数是否具有奇偶性:

(1) $f(x)=x+x^3+x^5$;

(2) $f(x)=x^2, x \in (-1,3)$;

(3) $f(x)=5x+2$;

(4) $f(x)=(x+1)(x-1)$.

2. 证明: 函数 $f(x)=x-\frac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 内是增函数.



3. 已知 $f(x) = x^2 + bx - 7$ 是偶函数, 求实数 b 的值.

B 组

一、选择题

- 已知函数 $g(x) = ax^2 + bx + c$ 在区间 $(3, +\infty)$ 内是增函数, 则().
 A. $g(5) > g(6)$ B. $g(5) = g(6)$
 C. $g(5) < g(6)$ D. $g(5)$ 和 $g(6)$ 无法比较大小
- 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 其图像与 x 轴有 4 个交点, 则 $f(x) = 0$ 的所有实数根之和是().
 A. 4 B. 2 C. 1 D. 0
- 若函数 $y = x^2 + 2(a+1)x + 2$ 在 $(-\infty, 2)$ 上是减函数, 则 a 的取值范围是().
 A. $a \leq -3$ B. $a \leq 0$ C. $a \leq 2$ D. $a \leq 1$
- 对于定义在 $\mathbf{R}$ 内的任意奇函数 $f(x)$ 都有().
 A. $f(x) - f(-x) > 0$ B. $f(x) - f(-x) \leq 0$
 C. $f(x) \cdot f(-x) \leq 0$ D. $f(x) \cdot f(-x) > 0$
- 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 内的奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = 2^x - 3$, 则 $f(-2)$ 的值为().
 A. -1 B. $\frac{11}{4}$ C. 1 D. $-\frac{11}{4}$
- 若定义在 $\mathbf{R}$ 内的函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$ 内是增函数, 且 $y = f(x)$ 图像的对称轴是 $x = -2$, 则下列结论中正确的是().
 A. $f(-1) < f(3)$ B. $f(0) < f(3)$
 C. $f(-1) = f(-3)$ D. $f(2) < f(3)$

二、填空题

- 已知函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 3]$ 内是减函数, 在区间 $(3, +\infty)$ 内是增函数, 用符号“ $>$ ”或“ $<$ ”填空: $f(5)$ _____ $f(4)$; $f(0)$ _____ $f(1)$.



2. 函数 $f(x)=x^2+x+1$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内是_____ (“增”或“减”) 函数.
3. 若 $f(x)=(m-2)x^2+(m-1)x+5$ 是偶函数, 则 $f(x)$ 的递增区间为_____.
4. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 内的偶函数, 且它在 $[0,+\infty)$ 内单调递增, 那么使 $f(-2)\leq f(a)$ 成立的实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

1. 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=(x-1)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}};$

(2) $f(x)=\sqrt{1+x^2}-x.$

2. 设 $f(x)=4x+3, g(x)=x^2$, 求满足 $f[g(x)]=g[f(x)]$ 的 x 的值.

3. 设 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 内是奇函数, 当 $x>0$ 时, $f(x)=x(1-x)$, 试求: 当 $x\leq 0$ 时, $f(x)$ 的解析式.



A 组

1. 已知 5 cm^3 的物体重 68 g , 则物体的重量 $m(\text{g})$ 和体积 $V(\text{cm}^3)$ 之间的函数关系式为().

A. $V=13.6m$ B. $m=13.6V$
C. $m=V+68$ D. $m \cdot V=13.6$

2. 一种商品, 如果单价不变, 购买 3 件商品需要 60 元, 则商品件数 x 与总价值 y 之间的函数关系式为().

A. $y=20x$ B. $y=20x(x \in \mathbf{N})$
C. $y=60x$ D. $y=60x(x \in \mathbf{N})$

3. 已知 $f(x) = \begin{cases} 0, & x > 0, \\ 1, & x = 0, \\ 2x-1, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f\{f[f(6)]\}$ 的值是().

A. 0 B. 1 C. -1 D. 3

4. 若等腰三角形的周长为 10 cm , 底边长 $y(\text{cm})$ 是腰长 $x(\text{cm})$ 的函数, 则函数的定义域为().

A. $(0, \frac{5}{2})$ B. $(\frac{5}{2}, 5)$ C. $(5, 10)$ D. $(0, +\infty)$

5. 某工厂生产某种商品的月产量 y 与月份 x 满足关系式 $y=kx+b$, 现已知该厂今年 1 月和 2 月该商品的产量分别为 1 万件和 1.5 万件, 则该厂 3 月份该商品的产量为().

A. 2 万件 B. 3 万件 C. 2.5 万件 D. 4 万件

6. 某市生产总值连续两年持续增加, 第一年增长率为 p , 第二年增长率为 q , 则该市这两年生产总值的年平均增长率为().

A. $\frac{p+q}{2}$ B. $\frac{(p+1)(q+1)-1}{2}$
C. $\sqrt{pq}$ D. $\sqrt{(p+1)(q+1)}-1$

1. 已知 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4, & x > 0, \\ 3, & x = 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f[f(0)] = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 将进货单价为 40 元的商品按 50 元一个售出时,能卖出 500 个,若每个商品涨价 1 元,其销售量减少 10 个,为了达到最大利润,则售价应定为_____.



3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - k, & x \leq -2, \\ 2 - x, & x > -2, \end{cases}$ 且 $f(3) = f(-3)$, 则实数 $k =$ _____.

4. 某旅店有客床 100 张, 每张床每天收费 10 元时可全部客满, 若每张床每天收费提高 1 元, 便减少 5 张客床出租, 为了减少投入多获利, 每张床每天收费应提高 _____ 元.

三、解答题

1. 用长 8 m 的铝材做一个“日”字形窗框, 高和宽各为多少时, 窗户的透亮面积最大? 最大面积是多少?

2. 设函数 $y = f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 0, \\ x^2, & x > 0. \end{cases}$

(1) 求函数的定义域;

(2) 求 $f(2), f(0), f(-1)$ 的值.

3. 某商品在 30 天内每件的销售价格 P (元) 与时间 t (天) 的函数关系式为

$$P = \begin{cases} t + 20, & 0 < t < 25, \\ -t + 100, & 25 \leq t \leq 30, \end{cases} \quad t \in \mathbf{N}.$$

设该商品的销售量 Q (件) 与时间 t (天) 的函数关系式为 $Q = -t + 40, 0 < t \leq 30 (t \in \mathbf{N})$, 试列出该商品的月销售额 y (元) 与时间 t (天) 的函数关系式, 并求出其最大值.



B 组

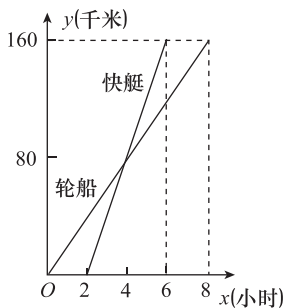
一、选择题

1. 某正方形边长为 3, 若边长增加 x , 则面积增加 y , 则 y 与 x 的函数关系式为().

A. $y = (x+3)^2 - 9 (x \geq 3)$ B. $y = (x+3)^2 - 9 (x \geq 0)$
 C. $y = (x-3)^2 - 9 (x \geq 3)$ D. $y = (x-3)^2 - 9 (x \geq 0)$

2. 一艘轮船和一艘快艇沿相同路线从甲港出发到乙港, 行驶过程随时间变化的图像如图所示, 下列结论错误的是().

A. 轮船的速度为 20 千米/时
 B. 快艇的速度为 40 千米/时
 C. 轮船比快艇先出发 2 小时
 D. 快艇不能赶上轮船



3. 某厂原来产量为 a , 1 月份增产 10%, 2 月份比 1 月份减产 10%, 设 2 月份产量为 b , 则().

A. $a = b$ B. $a > b$ C. $a < b$ D. 无法比较 a, b 的大小

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ 1 - x, & x < 0, \end{cases}$ 则 $f[f(-2)] =$ ().

A. 7 B. 17 C. 0 D. -2

5. 周长为定值 c 的矩形, 若矩形面积最大, 则边长 x 为().

A. $\frac{c}{2}$ B. $\frac{c}{4}$ C. $\frac{c}{6}$ D. $\frac{c}{8}$

6. 某产品的总成本 y (万元) 与产量 x (台) 之间的函数关系式是 $y = 3\,000 + 20x - 0.1x^2$ ($0 < x < 240, x \in \mathbf{N}$), 若每台产品的售价为 25 万元, 则生产者不赔本时 (销售收入不小于总成本) 的最低产量是().

A. 100 台 B. 120 台 C. 150 台 D. 180 台

二、填空题

1. 一种笔记本电脑, 每台 2.5 万元, 把购买这种笔记本电脑的金额 y (万元) 表示为笔记本电脑数量 x (台) 的函数为 _____, 其定义域为 _____.

2. 已知函数 $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6, & x \geq 0, \\ x + 6, & x < 0, \end{cases}$ 则不等式 $f(x) \geq f(1)$ 的解集是 _____.

3. 在洗衣机的洗衣桶内用清水清洗衣服, 每次能洗去污垢的 $\frac{2}{3}$, 若要使残留在衣服上的污垢不超过最初衣服上污垢的 1%, 则该洗衣机要清洗的次数至少为 _____.

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ x^2, & x < 0, \end{cases}$ 若 $f(x_0) = 2$, 则 $x_0 =$ _____.



三、解答题

1. 用 32 m 长的篱笆围成一个一边靠墙的养鸡场,如果与墙垂直的一边长为 $x(\text{m})$,面积是 $y(\text{m}^2)$,写出 y 与 x 的函数关系式. 当 x 为多少时,面积 y 最大? 最大面积是多少?
2. 某市计程车的票价按下列规则制定:乘坐计程车 3 km 以内,票价 4 元;3 km 以上,每增加 1 km,票价增加 1 元(不足 1 km 按 1 km 计算). 已知甲、乙两地相距 x km,计程车费用为 y 元,求 y 与 x 的函数关系式.
3. 有一批仪器原价为每台 1 000 元,在甲、乙两家店均有销售. 甲店用如下方式促销:买一台时单价为 980 元,买两台时单价为 960 元,以此类推,每多买一台则单价再减少 20 元,但单价不能低于 640 元. 乙店一律按原价的 75% 销售. 某学校需购买一批此类仪器,去哪家店购买花费较少?



第4章 指数函数与对数函数



认知要求

1. 理解有理数指数幂的概念,掌握实数指数幂及其运算法则.
2. 了解几种常见幂函数(如 $y=x^{-1}$, $y=x$, $y=x^{\frac{1}{2}}$, $y=x^2$, $y=x^3$)的图像和性质.
3. 理解指数函数的概念、图像及性质.
4. 理解对数的概念(含常用对数、自然对数),了解积、商、幂的对数.
5. 了解对数函数的图像和性质.
6. 了解指数函数与对数函数的应用实例.



4.1 实数指数幂

A 组

一、选择题

1. 下列各式中正确的是().

A. $0^0=1$

B. $a^{-\frac{7}{4}}=\frac{1}{\sqrt[4]{a^7}}$

C. $(-1)^{-1}=1$

D. $a^{-\frac{1}{5}}=\frac{1}{\sqrt[5]{a}}$

2. 下列等式中能够成立的是().

A. $\sqrt[6]{(-3)^2}=\sqrt[3]{-3}$

B. $\left(\frac{a}{b}\right)^5=a^{\frac{1}{5}} \cdot b^5$

C. $\sqrt[3]{x^2+y^2}=(x+y)^{\frac{2}{3}}$

D. $\sqrt[6]{9}=\sqrt[3]{3}$

3. 若 $(a^{\frac{3}{5}})^m=a^9$, 则 m 的值是().

A. 15

B. 6

C. 10

D. 3

4. 计算 $\sqrt{(-2)^2}+\sqrt[3]{(-\pi)^3}+\sqrt{(2-\pi)^2}$ 的值是().

A. 2π

B. 0

C. $4-2\pi$

D. $2\pi-4$

5. $2^3 \cdot 6^{-2} + 50^0 + (9^{-2} \cdot 3^3)^2 = ()$.

A. $10\frac{2}{9}$

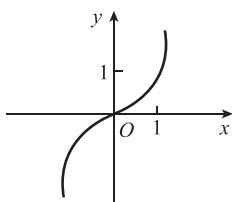
B. $1\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

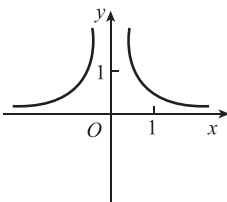
D. $1\frac{1}{4}$



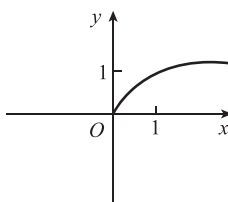
6. $y=x^{\frac{1}{3}}$ 的图像为().



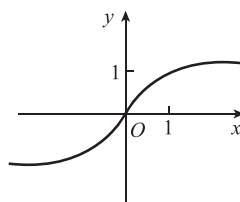
A



B



C



D

二、填空题

1. $\sqrt[3]{ab^2(\sqrt{ab})^3}$ 的分数指数幂形式为_____.

2. $\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{4} =$ _____; $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{3}} =$ _____; $4^{-2} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} =$ _____.

3. $\frac{5a^{-2}b^{-3}}{5^{-1}a^2b^{-2}} =$ _____.

4. $196^{\frac{1}{2}} =$ _____; $8^{\frac{2}{3}} =$ _____; $25^{-\frac{1}{2}} =$ _____; $\left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}} =$ _____.

三、解答题

1. 计算下列各式:

(1) $a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{8}}$;

(2) $a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{5}{6}} \div a^{-\frac{1}{2}}$;

(3) $(x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}})^6$;

(4) $4a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{3}} \div \left(-\frac{2}{3}a^{-\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}}\right)$.

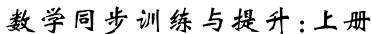


2. 计算下列各式:

$$(1) 0.064^{-\frac{1}{3}} - [(\sqrt{2})^3]^{-\frac{4}{3}} + 16^{-0.75} - \left(\frac{5}{6}\right)^0;$$

$$(2) [(1-\sqrt{2})^3]^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{6})^0 \cdot (\sqrt{2}+1)^{-1} + \frac{2^{2n+1}}{4^{n+1}};$$

$$(3) \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + 0.1^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{2}+1)^0.$$



A blank Cartesian coordinate system with x and y axes ranging from -4 to 4. The x-axis is horizontal and labeled 'x' at the right end, with tick marks and labels for -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, and 4. The y-axis is vertical and labeled 'y' at the top end, with tick marks and labels for -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, and 4. The origin is labeled 'O'.

B 组

A. $a^m \cdot a^n = a^{mn}$

B. $(a^m)^n = a^{m+n}$

C. $(ab)^{m+n} = a^m b^n$

D. $\left(\frac{b}{a}\right)^m = a^{-m}b^m$

A. 6

B. — 6

C. $\sqrt{6}$

D. $-\sqrt{6}$

A. $\sqrt{-a}$

B. $\sqrt{a}$

C. $-\sqrt{a}$

D. $-\sqrt{-a}$

A. 负数没有偶次方根

B. $\sqrt[n]{a}$ 表示 a 的 n 次方根

C. 若 $\sqrt[n]{a}$ 有意义, 则 $(\sqrt[n]{a})^n = a$

D. 0 的任何次方根都是 0

A. m

B. m^2

$C, \sqrt{m}$

D. $m-1$

A. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

$$B, \quad (-\infty, +\infty)$$

C. $(-\infty, 0]$

D. $[0, +\infty)$

62