

湖北省技能高考辅导丛书



下册

数学同步训练与提升

翟华丽 向启传 王轶 主编
黄镇 吴婷 鲍芳芳 副主编
龚家康 徐庆斌 陈红春
余敏燕 赵举红

图书在版编目 (CIP) 数据

数学同步训练与提升·下册 / 翟华丽, 向启传,
王轶主编. -- 武汉 : 崇文书局, 2021.7
(湖北省技能高考辅导丛书)
ISBN 978-7-5403-6339-0

I . ①数…
II . ①翟… ②向… ③王…
III . ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料
IV . ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2021) 第 121521 号

责任编辑：朱小双

责任校对：董颖

责任印制：李佳超

数学同步训练与提升：下册

SHUXUE TONGBU XUNLIAN YU TISHENG XIACE

出版发行：长江出版传媒 | 崇文书局
地 址：武汉市雄楚大街 268 号 C 座 11 层
电 话：(027)87680797 邮政编码：430070
印 刷：武汉市新华印刷有限责任公司
开 本：787mm×1092mm 1/16
印 张：7
字 数：149 千
版 次：2021 年 7 月第 1 版
印 次：2021 年 7 月第 1 次印刷
定 价：32.00 元

(如发现印装质量问题，影响阅读，由本社负责调换)

本作品之版权归（含电子版权）、发行权、改编权、翻译权等著作权以及
本作品装帧设计的著作权均受我国著作权法及有关国际版权公约保护。任何非
经我社许可的仿制、改编、转载、印刷、销售、传播之行为，我社将追究其法
律责任。

前 言

为了帮助中职学校的学生进行有效学习,我们组织了一批业务能力强、教学经验丰富的中职一线骨干教师,编写了《数学同步训练与提升(上、下册)》,本书为下册。

本书的编写有以下几个特点。

1. 依据教育部最新颁布的《中等职业学校数学课程标准(2020年版)》,同时参考了2021年湖北省技能高考文化综合考试大纲,紧扣教材,内容全面,突出基础知识的复习与巩固。
2. 分章明确给出课程标准对相关章节的教学要求,便于教师参考,也为学生的复习指明方向。
3. 本书共分为5章、20个小节,每小节分A、B组训练。A组以基础知识考查为主,以使学生达到学业质量要求水平一;B组有适当的延伸、拓展,以使学生达到学业质量要求水平二。每章配备了章节检测卷,最后还配有综合模拟测试卷,并强调基础性、层次性。题型、题量参考技能高考模式呈现,通过同步演练,以促进学生及时掌握基础知识。

本书在编写过程中,得到了相关教学研究专家的悉心指导和大力支持,在此一并表示感谢!由于水平有限,书中难免存在不足之处,恳请大家批评指正!

编 者

目 录

第 6 章 数列	1
6.1 数列的概念	1
6.2 等差数列	5
6.3 等比数列	9
第 7 章 平面向量	13
7.1 平面向量的概念及线性运算	13
7.2 平面向量的坐标表示	17
7.3 平面向量的内积	21
第 8 章 直线和圆的方程	26
8.1 两点间的距离与线段中点的坐标	26
8.2 直线的方程	30
8.3 两条直线的位置关系	34
8.4 圆	37
第 9 章 立体几何	42
9.1 平面的基本性质	42
9.2 直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的判定与性质	47
9.3 直线与直线、直线与平面、平面与平面所成的角	51
9.4 直线与直线、直线与平面、平面与平面垂直的判定与性质	55
9.5 柱、锥、球及其简单组合体	60

第 10 章 概率与统计初步	65
10.1 计数原理	65
10.2 概率	70
10.3 总体、样本与抽样方法	74
10.4 用样本估计总体	78
10.5 一元线性回归	84
附录 测试卷	89
第 6 章测试卷	89
第 7 章测试卷	91
第 8 章测试卷	93
第 9 章测试卷	95
第 10 章测试卷	98
综合模拟测试卷一	101
综合模拟测试卷二	104



第6章 数列



认知要求

1. 了解数列的有关概念;理解数列的通项公式.
2. 了解等差数列的概念;了解等差数列前 n 项和公式的推导过程;掌握等差数列的通项公式及前 n 项和公式.
3. 了解等比数列的概念;了解等比数列前 n 项和公式的推导过程;掌握等比数列的通项公式及前 n 项和公式.
4. 初步掌握从实际情景中抽象出等差数列和等比数列模型解决简单问题的方法.



6.1 数列的概念

A 组

一、选择题

1. 数列 $2, 6, 12, 20, \dots$ 的一个通项公式是()。
 - A. $n^2 - n + 1$
 - B. $n(n+1)$
 - C. $\frac{1}{2}n^2 - (n-1) + 1$
 - D. $n^3 - 2n^2 + n + 1$
2. 在数列 $-1, 0, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{n-2}{n^2}$ 中, 0.08 是它的()。
 - A. 第 100 项
 - B. 第 12 项
 - C. 第 10 项
 - D. 第 8 项
3. 已知数列的通项公式为 $a_n = 2^{n-1} - 1$, 则 1 023 是这个数列的()。
 - A. 第 10 项
 - B. 第 11 项
 - C. 第 12 项
 - D. 第 13 项
4. 下列说法中正确的是()。
 - A. 数列 $-3, 1, 0, 6, 7, 12$ 可表示为 $\{-3, 1, 0, 6, 7, 12\}$
 - B. 在每个数列中, 首项是唯一的
 - C. 数列 $0, 2, 5, 6, 8, 10$ 与数列 $10, 8, 6, 5, 2, 0$ 是相同的数列
 - D. 数列是由无数个数随意组成的



5. 以下四个数中,属于数列 $\{n(n+1)\}$ 中的一项是()。
A. 17 B. 32 C. 39 D. 380
6. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, $a_2=5$,且 $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$,则 $a_4=()$ 。
A. -2 B. -11 C. -5 D. 19

二、填空题

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=3\times 2^n+1$,则此数列的前4项分别为_____.
2. 数列 $\frac{2^3-1}{2}, \frac{3^3-1}{3}, \frac{4^3-1}{4}, \frac{5^3-1}{5}, \dots$ 的一个通项公式为_____.
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_n=a_{n+1}-\frac{1}{a_n}$,则该数列的前3项的和是_____.
4. 数列1,5,9,13,17,...的一个通项公式为_____.

三、解答题

1. 根据下列各无穷数列的前4项,写出数列的一个通项公式:
(1) $(1+1)^2, (2+2)^2, (3+3)^2, (4+4)^2, \dots$;
(2) $-(7\times 1-1), 7\times 2-1, -(7\times 3-1), 7\times 4-1, \dots$.

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n-3$,试判断47是否为该数列中的项,如果是,请指出是第几项.



3. 已知数列 $1, -3, 5, -7, \dots$, 求:

(1) 该数列的通项公式;

(2) a_{2022} .

B 组

一、选择题

1. 数列 $1, 2, 4, 8, 16, \dots$ 的一个通项公式是()。

- A. $a_n = 2n - 1$ B. $a_n = 2^{n-1}$ C. $a_n = 2^n$ D. $a_n = 2^{n+1}$

2. 在数列 $2, 5, 9, 14, 20, x, \dots$ 中, x 的值应是()。

- A. 24 B. 25 C. 26 D. 27

3. 数列 $1, 0, 1, 0, 1, \dots$ 的一个通项公式是()。

- A. $a_n = \frac{1 - (-1)^{n+1}}{2}$ B. $a_n = \frac{1 + (-1)^{n+1}}{2}$
 C. $a_n = \frac{(-1)^n - 1}{2}$ D. $a_n = \frac{-1 - (-1)^n}{2}$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{3n-1}{2n+1}$, 则 a_n 与 a_{n+1} 的大小关系是()。

- A. $a_{n+1} < a_n$ B. $a_{n+1} > a_n$ C. $a_{n+1} = a_n$ D. 无法确定

5. 数列 $\{-2n^2 + 29n + 3\}$ 中的最大项是第()项。

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是()。

- A. $a_n = 2n - 1$ B. $a_n = \begin{cases} 2, & n=1, \\ 2n-1, & n \geq 2 \end{cases}$
 C. $a_n = 2n + 1$ D. $a_n = n$



二、填空题

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=n^2-4n-12$, 则该数列从第_____项起为正数.
2. 某电脑生产厂今年前三个季度的月产量分别为300台、350台和400台, 按这种速度增长, 今年的12月份该电脑厂生产电脑_____台.
3. 已知 $f(1)=2$, $f(n+1)=\frac{f(n)+1}{2}$, 则 $f(4)=$ _____.
4. 9是数列 $\sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{15}, \sqrt[3]{21}, \dots$ 的第_____项.

三、解答题

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=3$, $a_2=6$, 且 $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$, 求 a_8-a_7 .

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(-1)^n \cdot \frac{1}{2n+1}$, 求 a_1, a_6, a_{2n-1} .

3. 已知数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$, 求 S_6 .




6.2 等差数列

A 组

一、选择题

1. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则下列关系中数列 $\{b_n\}$ 也是等差数列的是()。
 - A. $b_n = a_n^2$
 - B. $b_n = a_n + n^2$
 - C. $b_n = a_n + a_{n+1}$
 - D. $b_n = na_n$
2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2 = 3, a_{99} = 36$, 则 $a_3 + a_{98} =$ ()。
 - A. 45
 - B. 39
 - C. 36
 - D. 33
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 9, d = 7, a_n \leq 695$, 则这个数列最多有()项。
 - A. 98
 - B. 99
 - C. 100
 - D. 101
4. “ $a+c=2b$ ”是“ a, b, c 成等差数列”的()。
 - A. 充分条件
 - B. 必要条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 450$, 则 $a_2 + a_8 =$ ()。
 - A. 45
 - B. 75
 - C. 180
 - D. 300
6. 首项是 81, 公差是 -7 的等差数列中, 与 0 最接近的项是()。
 - A. a_{12}
 - B. a_{13}
 - C. a_{14}
 - D. a_{15}

二、填空题

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 = -5, d = 3$, 则 $a_1 =$ _____.
2. 在 -1 和 8 之间插入两个数 a, b , 使四个数成等差数列, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.
3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $S_7 = 35$, 则 $a_4 =$ _____.
4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若前 4 项的和为 1, 前 8 项的和为 4, 则 $d =$ _____.



三、解答题

1. 已知等差数列的第 2 项与第 4 项的和为 16, 第 1 项与第 5 项的积为 28, 求这个数列的通项公式.
 2. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $b_n = a_{n+1}^2 - a_n^2$, 求证: $\{b_n\}$ 也是等差数列.
 3. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和 $S_n = 3n^2 - 2n$, 求通项 a_n .



B 组

一、选择题

1. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $\{3a_n\}$ 是()。
 - A. 公差为 d 的等差数列
 - B. 非等差数列
 - C. 公差为 $3d$ 的等差数列
 - D. 以上都不对
2. 等差数列首项 $a_1=1$, 末项 $a_n=100 (n \geq 3)$, 公差为自然数, 那么项数 n 的值有()。
 - A. 3 种可能
 - B. 4 种可能
 - C. 5 种可能
 - D. 无数种可能
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_4+a_7=39$, $a_2+a_5+a_8=33$, 则 $a_3+a_6+a_9=()$ 。
 - A. 30
 - B. 27
 - C. 24
 - D. 21
4. 在 a 和 $b (a \neq b)$ 两数之间插入 n 个数, 使它们与 a, b 组成等差数列, 则这个数列的公差为()。
 - A. $\frac{b-a}{n+1}$
 - B. $\frac{b-a}{n+2}$
 - C. $\frac{a-b}{n+1}$
 - D. $\frac{a-b}{n+2}$
5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 8 项和 $S_8=44$, 则 $a_3+a_6=()$ 。
 - A. 8
 - B. 9
 - C. 10
 - D. 11
6. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_5+a_9=24$, $a_4=8$, 则 $a_{10}=()$ 。
 - A. $\frac{4}{3}$
 - B. 16
 - C. 12
 - D. 10

二、填空题

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_9+a_{10}=a$, $a_{19}+a_{20}=b$, 则 $a_{99}+a_{100}$ 的值为_____.
2. 首项为 23 的等差数列, 从第 6 项起开始为负数, 则公差 d 的取值范围是_____.
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2+2n+5$, 则 $a_6+a_7+a_8=$ _____.
4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=10$, $a_4=16$, $S_n=162$, 则 n 的值为_____.

三、解答题

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知前 4 项的和为 124, 最后 4 项的和为 156, 且各项之和为 210, 求这个数列的项数.



数学同步训练与提升:下册

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 + a_7 + a_{10} = 17$, $a_4 + a_5 + a_6 + a_{15} = 24$, 若 $a_k = 13$, 求 k 的值.

3. 某圆形体育场的看台座位呈圆形排列, 共 24 圈, 从中心第 2 圈起, 每一外圈比内圈多 10 个座位, 最外圈有 330 个座位, 求该体育场的座位总数.




6.3 等比数列

A 组

一、选择题

1. 下列数列中,不是等比数列的是() .

- A. 数列 $\{\sqrt{2}\}$ B. 数列 $\{2^{n-1}\}$
C. 数列 $\{2^n - 2\}$ D. 数列 $\{3^n\}$

2. 已知下列命题:

- ① 若数列 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列,则数列 $\{\log_2 a_n\}$ 是等比数列;
② 若数列 $\{2^{a_n}\}$ 是等比数列,则数列 $\{a_n\}$ 是等差数列;
③ 若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列,则数列 $\{a_{3n-1}\}$ 也是等比数列;
④ 若数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 都是等比数列,则数列 $\{a_n + b_n\}$ 也是等比数列.

其中正确的有() .

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 $S_3 = 3, q = 3$,则 $a_1 =$ ().

- A. 6 B. $\frac{151}{20}$ C. $\frac{243}{13}$ D. $\frac{3}{13}$

4. 若直角三角形三边成等比数列,公比为 q ,则 q^2 的值为().

- A. 2 B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}\pm 1}{2}$

5. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1 = 5, a_n = 80, q = 2$,则 $n =$ ().

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

6. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1 = 1, a_6 = \frac{1}{32}$,则 $S_4 =$ ().

- A. $\frac{15}{8}$ B. 60 C. 15 D. $\frac{15}{16}$

二、填空题

1. “ $x^2 = ab$ ”是“ a, x, b 成等比数列”的_____条件.

2. 在等比数列中,已知首项是 $\frac{9}{8}$,末项是 $\frac{1}{3}$,公比是 $\frac{2}{3}$,则项数 $n =$ _____.

3. 若 a, b, c 成等差数列,同时又成等比数列,则 a, b, c 之间的关系为_____.



4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的等比数列, 且 $a_1 + a_4 + a_7 + \dots + a_{28} = 100$, 则 $a_3 + a_6 + a_9 + \dots + a_{30} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,

- (1) 已知 $a_7 = 6, a_9 = 9$, 求 a_1, q ;
- (2) 已知 $a_1 + a_3 = 5, a_2 + a_4 = 10$, 求 a_5 .

2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 - a_2 = 10, a_1 + a_2 = 15$, 求该数列的通项公式.



3. 要制造大小不同的 5 个齿轮, 它们的直径成等比数列, 最小与最大的齿轮直径分别为 3 cm 与 243 cm, 求中间 3 个齿轮的直径.

B 组

一、选择题

1. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $S_4 = 65$, $q = \frac{2}{3}$, 则 $a_1 = (\quad)$.

A. 18	B. 27	C. 9	D. 81
-------	-------	------	-------
2. 已知 a, b, c 构成等比数列, 那么函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图像与 x 轴的交点的个数为().

A. 0	B. 1	C. 2	D. 1 或 2
------	------	------	----------
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $S_3 = 26$, 则公比 $q = (\quad)$.

A. 3	B. -4	C. 3 或 -4	D. 3 或 -2
------	-------	-----------	-----------
4. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 a_7 + a_5 a_6 = 20$, 则 $\lg a_1 + \lg a_2 + \cdots + \lg a_{10} = (\quad)$.

A. $1 + \lg 5$	B. $10(1 + \lg 2)$	C. 5	D. 10
----------------	--------------------	------	-------
5. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = 6$, $a_6 = 9$, 则 $a_4 = (\quad)$.

A. 4	B. $\frac{3}{2}$	C. $\frac{16}{9}$	D. 3
------	------------------	-------------------	------
6. 等比数列 $1, a, a^2, \dots, a^n$ 的和为().

A. $\frac{1-a^n}{1-a}$	B. $\frac{1-a^{n+1}}{1-a}$
------------------------	----------------------------

C. $\begin{cases} \frac{1-a^n}{1-a}, & a \neq 1, \\ n, & a=1 \end{cases}$	D. $\begin{cases} \frac{1-a^{n+1}}{1-a}, & a \neq 1, \\ n+1, & a=1 \end{cases}$
---	---

**二、填空题**

1. 数列 $\{(-1)^n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{2n+1}= \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 a_1 和 a_{10} 是方程 $3x^2 - 2x - 6 = 0$ 的两个根, 则 $a_4 \cdot a_7 = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $S_{30} = 13S_{10}$, $S_{10} + S_{30} = 140$, 则 $S_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 某厂去年的产值为 a , 该厂计划在3年内每年比上一年的产值增长10%, 从今年起第3年年末该厂的产值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_n = 66$, $a_2 a_{n-1} = 128$, 且前 n 项和 $S_n = 126$, 求 n 及公比 q .
2. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 + a_2 + a_3 = 7$, $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} = \frac{7}{4}$, 求这个数列的通项公式.
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d=3$, 其满足 $2, a_1, a_5$ 成等比数列.
 - (1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2)求等比数列 $2, a_1, a_5, \dots$ 的通项公式.



第7章 平面向量



认知要求

- 了解平面向量、有向线段、单位向量、零向量、相等向量、相反向量和共线向量的概念.
- 理解平面向量的线性运算(加法、减法、数乘)及其几何意义.
- 了解平面向量内积的概念、运算、性质及几何运用.
- 理解平面向量及其线性运算的坐标表示;了解平面向量内积运算的坐标表示.

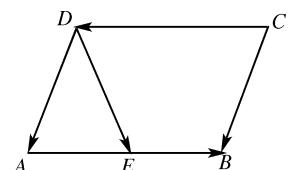


7.1 平面向量的概念及线性运算

A组

一、选择题

- 关于零向量,下列说法中错误的是()。
 - 零向量的模为零
 - 零向量的方向不确定
 - 零向量与任一向量共线
 - 零向量的方向确定
- 下列命题中,正确的是()。
 - 相反向量必共线
 - 单位向量都相等
 - 共线向量必同向
 - 有向线段不是向量
- 如图所示,在 $\square ABCD$ 中, $DA=DE$,则相等向量有()组。
 - 0
 - 1
 - 2
 - 3
- 化简 $3(\mathbf{a}-\mathbf{b})-(\mathbf{a}-2\mathbf{b})$ 的正确结果是()。
 - $2\mathbf{a}+\mathbf{b}$
 - $2\mathbf{a}-\mathbf{b}$
 - $2\mathbf{a}-5\mathbf{b}$
 - $4\mathbf{a}-5\mathbf{b}$





5. 已知 AM 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的中线, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AM} = (\quad)$.

A. $\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$ B. $-\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$

C. $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$ D. $-\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$

6. 化简 $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{PO}$, 结果应为().

A. $\mathbf{0}$ B. \overrightarrow{MP} C. \overrightarrow{NM} D. \overrightarrow{PN}

二、填空题

1. 向量 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{BA} 的模 _____, 方向 _____, $-\overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的方向 _____.

3. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 起点相同的两个向量的差等于 _____ 的终点指向 _____ 的终点形成的向量.

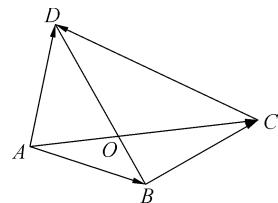
三、解答题

1. 化简:

(1) $(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CE}) + (\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC})$;

(2) $\frac{1}{2}(2\mathbf{a} - 7\mathbf{b}) + 3(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - 2\left(\mathbf{a} - \frac{3}{4}\mathbf{b}\right)$.

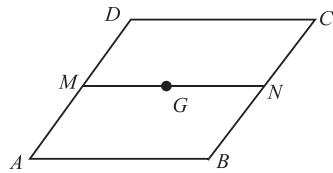
2. 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, 向量 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{CD} = \mathbf{c}$, AC, BD 相交于点 O , 求 \overrightarrow{AC} 和 \overrightarrow{AD} .





3. 如图所示, M, N 分别是菱形 $ABCD$ 的边 AD 和 BC 的中点, G 是 MN 的中点, 求证:

- (1) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$;
- (2) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \mathbf{0}$.



B 组

一、选择题

1. 已知非零向量 a 是向量 b 的负向量, 则下列结论中错误的是()。
 - A. $a + b = \mathbf{0}$
 - B. $a - b = \mathbf{0}$
 - C. a 与 b 共线
 - D. a 与 b 的模相等
2. “两个向量共线”是“两个向量相等”的()。
 - A. 充分条件
 - B. 必要条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
3. 已知向量 $a = b$, 则下列结论中不正确的是()。
 - A. $a - b = \mathbf{0}$
 - B. 存在唯一的 $\lambda \in \mathbf{R}$, 使 $a = \lambda b$
 - C. $|a| = |b|$
 - D. a, b 同向
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 三个顶点 A, B, C 所对边的边长分别为 a, b, c , 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| =$ ()。
 - A. $a + b + c$
 - B. $c - a + b$
 - C. 0
 - D. $2b$



5. 某人先位移向量 a : 向南走 2 km, 再位移向量 b : 向东走 $2\sqrt{3}$ km, 则 $a+b$ 表示()。

- A. 向南偏东 30° 方向走 4 km
- B. 向南偏东 30° 方向走 $2\sqrt{3}$ km
- C. 向南偏东 60° 方向走 4 km
- D. 向南偏东 60° 方向走 $2\sqrt{3}$ km

6. 数乘向量 λa 的几何意义是()。

- A. 把向量 a 沿着 a 的方向放大
- B. 把向量 a 沿着 a 的方向缩小
- C. 把向量 a 沿着 a 的方向放大或缩小
- D. 把向量 a 沿着 a 的方向或 a 的反方向放大或缩小

二、填空题

1. D 是 $\triangle ABC$ 中 BC 边的中点, 则 $\overrightarrow{AD} = \underline{\quad} \overrightarrow{AB} + \underline{\quad} \overrightarrow{AC}$.

2. 设 a, b 为非零向量, 若 $|a+b|=|a|+|b|$, 则 a 的方向与 b 的方向必定_____.

3. 化简:

(1) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \underline{\quad};$

(2) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CO} = \underline{\quad}.$

4. 已知在矩形 $ABCD$ 中, $|\overrightarrow{AB}|=3$, $|\overrightarrow{BC}|=4$, 则 $|\overrightarrow{AC}| = \underline{\quad}$.

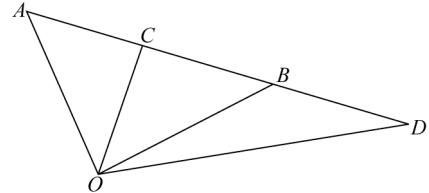
三、解答题

1. 证明: 四边形 $ABCD$ 为平行四边形的充要条件是 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.



2. 某人先位移向量 \mathbf{a} :向东走 3 km, 再位移向量 \mathbf{b} :向北走 3 km, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 表示什么?

3. 如图所示, $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, 试用 \overrightarrow{OA} 和 \overrightarrow{OB} 表示 \overrightarrow{OC} 和 \overrightarrow{OD} .



7.2 平面向量的坐标表示

A 组

一、选择题

1. 已知向量 $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, 则向量 \mathbf{a} 的坐标为().
 A. (1, 4) B. (-1, 4) C. (1, -4) D. (-1, -4)

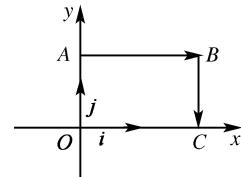
2. 设 $\mathbf{a} = (2, -1)$, $\mathbf{b} = (0, 3)$, 则 $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的坐标是().
 A. (4, -5) B. (4, -1) C. (3, -3) D. (4, -4)



3. 设向量 $\overrightarrow{AB} = (4, 6)$, 且点 A 的坐标为 $(2, -1)$, 则点 B 的坐标为()。
- A. $(-2, -7)$ B. $(2, 7)$
 C. $(6, 5)$ D. $(-2, 5)$
4. 若 $\mathbf{a} = (6, 1)$, $\mathbf{b} = (2, x)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 x 的值为()。
- A. 3 B. 12 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
5. 已知点 $A(3, -4)$, $B(-5, 8)$, 则线段 AB 的中点坐标为()。
- A. $(-2, 4)$ B. $(-4, 6)$ C. $(-1, 2)$ D. $(4, -6)$
6. 下列命题正确的个数为()。
- ①若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 同向;
 ②若 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$;
 ③若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b}$;
 ④若 $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$.
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题

1. 已知向量 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$, $\mathbf{a} = (-1, -2)$, $\mathbf{b} = (m, 2n)$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 已知 \mathbf{a} 是 \mathbf{b} 的负向量, \mathbf{a} 的坐标是 $(3, -\frac{1}{2})$, 则 \mathbf{b} 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 已知 \mathbf{a} 的坐标是 $(1, -3)$, $3\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b}$ 的坐标是 $(4, -11)$, 则 \mathbf{b} 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 如图所示, 在直角坐标系中, AB 平行于 x 轴, BC 平行于 y 轴, 且 $|\overrightarrow{AB}| = 2$, $|\overrightarrow{BC}| = \frac{3}{2}$, 则向量 \overrightarrow{AB} 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 向量 \overrightarrow{BC} 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题

1. (1) 已知 $\mathbf{a} = (1, -2)$, $\mathbf{b} = (2, 3)$, 求 $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$, $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$.
 (2) 已知 $\mathbf{a} = (2, -3)$, $\mathbf{b} = (-1, 0)$, 且 $2\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c} = (5, -5)$, 求向量 \mathbf{c} 的坐标.



2. (1) 已知点 $A(1, -2), B(-5, 4)$, 且 $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, 求 \overrightarrow{CD} 的坐标.

(2) 已知点 $A(x, 3), B(2, -3), C(-x, 5)$, 且 A, B, C 三点共线, 求 x 的值.

3. 已知圆 O 上一点 $A(-4, -1)$, 圆心 $O(1, 3)$, 求直径 AB 的另一个端点 B 的坐标.

B 组

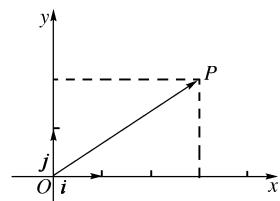
一、选择题

1. 如图所示, 向量 \overrightarrow{OP} 的坐标是() .

- A. $(2, 3)$
- B. $(3, 2)$
- C. $(2i, 3j)$
- D. $(3i, 2j)$

2. 设点 $P(1, 2), Q(2, 3)$, 则 \overrightarrow{PQ} 的坐标是() .

- A. $(-1, -1)$
- B. $(-1, 1)$
- C. $(1, 1)$
- D. $(1, -1)$





3. 已知点 $A(1, 2), B(k, -10), C(3, 8)$ 共线, 则 $k = (\quad)$.
A. -2 B. -3 C. -4 D. -5
4. 已知点 $A(2, -3), B(3, 1), C(8, 2), D(7, -2)$, 则 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{CD} 是().
A. 共线、反向的向量 B. 共线、同向的向量
C. 不共线向量 D. 相等向量
5. 已知向量 $a = (x, 1), b = (9, x)$, 且 a 与 b 方向相反, 则 x 的值为().
A. ± 3 B. -3 C. 3 D. $-\frac{1}{3}$
6. 已知 $a + 2b = (2, -9), 2a - b = (4, 2)$, 则 $a = (\quad)$.
A. $(2, -1)$ B. $(2, 1)$ C. $(-2, -1)$ D. $(-2, 1)$

二、填空题

1. 向量 a 的坐标为 (x_1, y_1) , 向量 b 的坐标为 (x_2, y_2) , a 与 b 共线的充要条件是 _____.
2. 已知 $\overrightarrow{AB} = (5, -3)$, 点 B 的坐标为 $(-1, 2)$, 则点 A 的坐标为 _____.
3. 设点 $A(-2, 1), B(2, 3)$, 若 \overrightarrow{BA} 与 a 共线, 且 a 的坐标为 $(4, x)$, 则 $x = _____$.
4. 已知向量 $a = (3, 5), b = (-2m, n)$, 且 $a \parallel b$, 则 $\frac{m}{n} = _____$.

三、解答题

1. 已知 $\triangle ABC$ 的边 BC, AC 的中点分别是 $D(5, -1), E(4, -2)$, 且点 A 的坐标是 $(2, -1)$,
你能求出 B, C 两点的坐标吗? (如果不能, 请说明理由; 如果能, 请解答)
2. (1) 已知向量 $a = (1, 2), b = (x, 1), u = a + 2b, v = 2a - b$, 且 $u \parallel v$, 求 x 的值.
(2) 已知向量 $a = (-2, 3), b = (1, -2)$, 若 $(ka + b) \parallel (2b - a)$, 求 k 的值.



3. 已知点 $A(1,2), B(-3,4), C(2,6)$, 若 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \lambda \overrightarrow{AC}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), λ 为何值时,

(1) 点 D 在第二、四象限的角平分线上;

(2) 点 D 在第二象限内.



7.3 平面向量的内积

A 组

一、选择题

1. 已知 $|\mathbf{a}|=1, |\mathbf{b}|=4, \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{2}{3}\pi$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 的值为() .

- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\frac{1}{2}$

2. 已知 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 3\sqrt{3}, |\mathbf{a}| = 3, |\mathbf{b}| = 2$, 则 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle =$ ().

- A. $\frac{5}{6}\pi$ B. $-\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$

3. 下列各对向量中不互相垂直的是().

- | | |
|---|--|
| A. $\mathbf{a} = (-3, 4), \mathbf{b} = (2, -1)$ | B. $\mathbf{a} = (-3, -4), \mathbf{b} = (4, -3)$ |
| C. $\mathbf{a} = (\sqrt{2}, 0), \mathbf{b} = (0, \sqrt{3})$ | D. $\mathbf{a} = (x, y), \mathbf{b} = (-y, x)$ |

4. 若 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(6,1), B(4,-1), C(7,0)$, 则 $\triangle ABC$ 是().

- | | |
|----------|----------|
| A. 锐角三角形 | B. 钝角三角形 |
| C. 直角三角形 | D. 等腰三角形 |

5. 对任意向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, |\mathbf{a}| |\mathbf{b}|$ 与 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 的大小关系是().

- | | |
|---|---|
| A. $ \mathbf{a} \mathbf{b} < \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ | B. $ \mathbf{a} \mathbf{b} \leq \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ |
| C. $ \mathbf{a} \mathbf{b} \geq \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ | D. 不能确定 |



6. 下面给出四个向量的直角坐标, 其中不是单位向量的是()。

A. $(\cos \alpha, \sin \alpha)$

B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

D. $\left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

二、填空题

1. 已知 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -8$, $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 4$, 则 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知 $\mathbf{a} = (3, 4)$, $\mathbf{b} = (x, -3)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 已知 $\mathbf{a} = (5, -12)$, 则与 \mathbf{a} 平行的单位向量的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知 $\mathbf{a} = (2, 4)$, $|\mathbf{b}| = 4\sqrt{5}$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 \mathbf{b} 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 已知 $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 2$, $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 求 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (2\mathbf{a} - 3\mathbf{b})$.

2. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, \sqrt{3})$, $\mathbf{b} = (0, \sqrt{3})$, 求 $|\mathbf{a}|$, $|\mathbf{b}|$ 和 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角.



3. 已知 $|\mathbf{a}|=3$, $|\mathbf{b}|=4$, \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 120° , 求:

(1) $(\mathbf{a}-3\mathbf{b}) \cdot (2\mathbf{a}+\mathbf{b})$;

(2) $|3\mathbf{a}-4\mathbf{b}|$.

B 组

一、选择题

1. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 为任意向量, $m \in \mathbf{R}$, 则下列等式不一定成立的是()。

A. $(\mathbf{a}+\mathbf{b})+\mathbf{c}=\mathbf{a}+(\mathbf{b}+\mathbf{c})$

B. $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}=\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}+\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$

C. $m(\mathbf{a}+\mathbf{b})=m\mathbf{a}+m\mathbf{b}$

D. $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}=\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$

2. 给出下列各式:

① $(\lambda\mathbf{a}) \cdot \mathbf{b}=\mathbf{a} \cdot (\lambda\mathbf{b})=\lambda(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ ($\lambda \in \mathbf{R}$);

② $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}|=|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|$;

③ $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}=\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$;

④ $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}=\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}+\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$.

其中正确的是()。

A. ①③

B. ②④

C. ①④

D. 以上都不对

3. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 为两个非零向量, 则“ $(\mathbf{a}+\mathbf{b})^2=\mathbf{a}^2+\mathbf{b}^2$ ”是“ $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ ”的()。

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} < 0$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角的取值范围是()。

A. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

B. $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

C. $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

D. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

5. 已知点 $A(5, -4), B(x, 4)$, $|\overrightarrow{AB}|=10$, 则 $x=()$.

A. -1

B. -1 或 11

C. 2 或 11

D. -2 或 -1



6. 已知四边形 $ABCD$ 各顶点的坐标分别为 $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(1, 1)$, $D(0, 1)$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (\quad)$.

A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

二、填空题

1. 已知向量 a 和 b 的夹角为 120° , 且 $|a|=2$, $|b|=5$, 则 $(2a-b) \cdot a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 已知点 $A(x, -5)$, $B(0, 10)$, $|\overrightarrow{AB}|=17$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}=(-1, 4)$, $\overrightarrow{AC}=(2, m)$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知 $a=(5, -12)$, 则与 a 垂直的单位向量的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. (1) 已知向量 $a=(4, 3k)$, $b=(-4k, 3)$, 若 $|a|=|b|$, 求 k 的值.

(2) 已知 a, b 的夹角为 $\frac{2}{3}\pi$, 且 $|a|=3$, $|b|=4$, 求 $(2a+b) \cdot (a-2b)$.

2. (1) 已知向量 a, b 满足 $|a|=2$, $|a+b|=4$, 且 $a \cdot (a+b)=0$, 求 $|2a+b|$.

(2) 已知向量 $a=(\cos \alpha, \sin \alpha)$, $b=(\cos \beta, \sin \beta)$. 证明: $a+b$ 与 $a-b$ 垂直.



3. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, -1)$, $\mathbf{b} = (-3, 3)$.

(1) 设 $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}$, 求 $(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a}$;

(2) 若 $(\mathbf{a} - m\mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$, 求 m 的值.



第8章 直线和圆的方程



认知要求

- 掌握两点间的距离公式与中点坐标公式.
- 理解直线的倾斜角、斜率、截距等概念;掌握直线斜率的计算方法.
- 掌握直线的点斜式方程、斜截式方程,了解直线的一般式方程;掌握直线的点斜式方程化为一般式方程的方法,掌握直线的斜截式方程与一般式方程之间的转换.
- 理解两条直线平行和垂直的条件.
- 掌握求相交直线的交点的坐标的方法.
- 了解点到直线的距离公式.
- 了解圆的定义;掌握圆的标准方程;了解二元二次方程表示圆的条件和圆的一般方程.
- 理解直线和圆的位置关系及判定方法,初步掌握直线与圆相交时弦长的求法及圆的切线方程的求法.
- 初步掌握用直线方程与圆的方程解决实际问题的方法.



8.1 两点间的距离与线段中点的坐标

A 组

一、选择题

- 点 $A(-3, 2)$ 与 $B(9, 7)$ 之间的距离为().
A. $3\sqrt{13}$ B. 13 C. 15 D. $\sqrt{41}$
- 已知点 $M(-4, -2)$ 与 $N(8, -6)$, 则线段 MN 的中点的坐标是().
A. $(6, -2)$ B. $(6, -4)$ C. $(2, -4)$ D. $(2, -2)$
- 已知点 $O(0, 0)$ 与 $P(8, -4)$, 则线段 OP 的长度为().
A. $4\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 8 D. 80
- 已知点 $P(3, -2)$ 及线段 PQ 的中点 $M(2, 4)$, 则点 Q 的坐标为().
A. $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$ B. $(1, 10)$ C. $(4, -8)$ D. $(-1, 6)$



5. 已知点 $P(3,2)$ 与 $Q(-5,b)$, 线段 PQ 的长度为 10, 则实数 $b=(\quad)$.
 A. 8 B. -4 C. -8 D. -4 或 8
6. 已知点 $M(0,-1)$ 关于 $P(5,2)$ 的对称点是 N , 则点 N 的坐标是(\quad).
 A. $(10,5)$ B. $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C. $(-5,-4)$ D. $(10,-4)$

二、填空题

1. 点 $(3,-4)$ 到坐标原点的距离是_____.
2. 点 $A(5,8)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.
3. 已知点 $M(a,-b)$ 与 $N(-b,a)$, 则线段 MN 的中点的坐标是_____.
4. 已知点 $A(-3,2)$, B 是 y 轴上的点, 若线段 AB 的长度为 5, 则点 B 的坐标是_____.

三、解答题

1. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(1,-3)$, $B(3,-1)$, $C(-1,1)$, 求该三角形三边的长.
2. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(2,8)$, $B(-6,2)$, $C(6,-2)$, 求:
 (1) AC 的中点 D 的坐标;
 (2) AC 边上的中线 BD 的长度.



3. 在 $\square ABCD$ 中,已知顶点 $A(-2,-5),B(2,-3)$,且对角线的交点为原点 O ,求另两个顶点 C 和 D 的坐标.

B 组**一、选择题**

1. 若点 $A(-5,4)$ 与 $B(9,-1)$ 关于点 P 对称,则点 P 的坐标是().
A. $(14,-5)$ B. $(-19,9)$
C. $(2,\frac{3}{2})$ D. $(23,-6)$
2. 已知向量 $\overrightarrow{OM}=(4,-5),\overrightarrow{ON}=(6,-3)$,则线段 MN 的长度为().
A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{41}$ C. $2\sqrt{17}$ D. $3\sqrt{5}$
3. 已知点 $A(1,1),B(-1,3),C(-2,-2)$,则 $\triangle ABC$ 为().
A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形
4. 已知点 $A(x,2),B(-4,y)$,线段 AB 的中点的坐标为 $(-1,7)$,则 $x+y=()$.
A. 13 B. -10 C. 4 D. 14
5. 已知点 $M(0,-3\sin\theta),N(3\cos\theta,0)$,则线段 MN 的长度为().
A. 1 B. 3 C. 9 D. 27
6. 已知点 $A(16,-4),B(4,-8)$,若点 M 是线段 AB 的四等分点中靠近点 B 的一点,则点 M 的坐标是().
A. $(10,-6)$ B. $(13,-5)$
C. $(7,-7)$ D. $(\frac{11}{2},-\frac{15}{2})$

二、填空题

1. 点 $(0,\frac{3}{2})$ 与点 $(-2,0)$ 之间的距离是_____.



2. 点 $P(x, y)$ 关于原点 $(0, 0)$ 的对称点 Q 的坐标为 _____.
3. 已知点 $P(-4, 5)$, Q 是 x 轴上一点, 若线段 PQ 的长度为 13, 则点 Q 的坐标为 _____.
4. 已知点 E 在 x 轴上, 点 F 在 y 轴上, 线段 EF 的中点为 $M(-6, 5)$, 则点 E 的坐标为 _____, 点 F 的坐标为 _____.

三、解答题

1. 已知点 $P(2, -1)$, $Q(a, 4)$, 且 $|PQ| = \sqrt{41}$, 求 a 的值.
2. 已知点 $P(a, 2)$, $Q(1, 2a)$, 且这两点间的距离为 $3\sqrt{5}$, 求点 P, Q 的坐标.
3. 已知点 A, B 分别是 x 轴和 y 轴上的点, 线段 AB 的长度是 10, O 是坐标原点, 若 $\triangle OAB$ 的面积是 24, 求点 A, B 的坐标.



8.2 直线的方程

A 组

一、选择题

1. 已知直线的倾斜角 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则直线的斜率 k 为().
A. 0 B. 1 C. -1 D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
2. 已知直线过点 $A(0, -4), B(-\sqrt{3}, -1)$, 则此直线的斜率和倾斜角分别为().
A. $\sqrt{3}, \frac{5}{6}\pi$ B. $\sqrt{3}, \frac{2}{3}\pi$ C. $-\sqrt{3}, \frac{2}{3}\pi$ D. $-\sqrt{3}, \frac{5}{6}\pi$
3. 下列命题中, 正确的是().
 - A. 若直线的倾斜角为 α , 则此直线的斜率为 $\tan \alpha$
 - B. 若直线的斜率为 $\tan \alpha$, 则此直线的倾斜角为 α
 - C. 任何一条直线都有倾斜角, 但不是每一条直线都存在斜率
 - D. 若直线的斜率为 0, 则此直线的倾斜角为 0 或 π
4. 过点 $(3, 0)$, 倾斜角为 135° 的直线方程为().
A. $x + y - 3 = 0$ B. $x - y + 3 = 0$
C. $x + y + 3 = 0$ D. $x - y - 3 = 0$
5. 直线 $3x + 5y - 2 = 0$ 的斜率为().
A. $-\frac{3}{5}$ B. $-\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{5}{3}$
6. 直线 $2x + 3y - 1 = 0$ 的倾斜角为().
A. 零角 B. 锐角
C. 直角 D. 钝角

二、填空题

1. 直线的倾斜角的取值范围是_____.
2. 直线 $2x + y - 6 = 0$ 与 x 轴的交点的坐标是_____.
3. 若直线 l 过点 $M_1(1, -2)$ 和 $M_2(-1, 3)$, 则直线 l 的一般式方程为_____.
4. 直线 $3x - 4y - 12 = 0$ 与两坐标轴围成的三角形的面积是_____.



三、解答题

1. 已知直线 $3x+2y-6=0$, 求它的斜率、纵截距和横截距, 并画出图像.

2. 求满足下列条件的直线方程, 化为一般式并画出图像.

- (1) 过点 $M_1(2,3)$ 和 $M_2(3,2)$;
- (2) 过点 $M(-2,3)$, 倾斜角为 $\frac{2}{3}\pi$;
- (3) 倾斜角为 $\frac{3}{4}\pi$, 纵截距是 -3 .

3. (1) 若直线 $7x+2y+m=0$ 在两坐标轴上的截距之差为 5, 求 m 的值.

- (2) 求过点 $(2,3)$, 且在两坐标轴上的截距相等的直线方程.



B 组

一、选择题

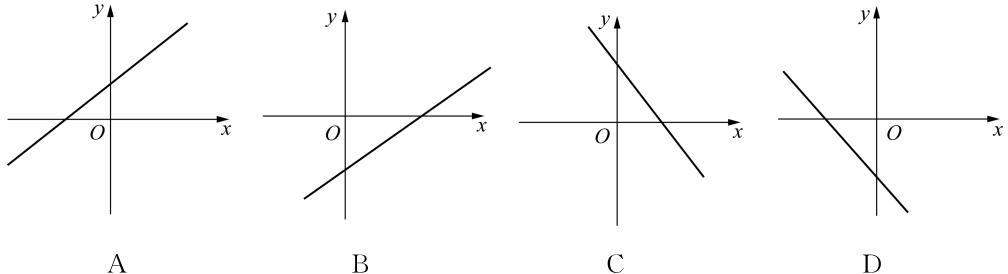
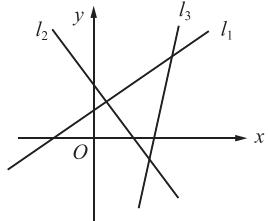
1. 过点(1,2),倾斜角 α 的正弦值为 $\frac{4}{5}$ 的直线方程是()。

A. $4x-3y+2=0$ B. $4x+3y-6=0$
 C. $y=\pm\frac{4}{3}(x+1)+2$ D. $y=\pm\frac{4}{3}(x-1)+2$
2. 若 $k>0,b<0$,则直线 $y=kx+b$ 一定不经过()。

A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 如图所示,直线 l_1,l_2,l_3 的斜率分别是 k_1,k_2,k_3 ,则有()。

A. $k_3>k_1>k_2$
 B. $k_2>k_3>k_1$
 C. $k_1>k_3>k_2$
 D. $k_2>k_1>k_3$
4. 若 $A-B+C=0$,则直线 $Ax+By+C=0$ 必过点()。

A. $(1,-1)$ B. $(0,1)$ C. $(1,0)$ D. $(-1,-1)$
5. 若 A,B,C 均为正数,则表示 $Ax+By+C=0$ 的图像的是()。



6. 设一直线过点 $P(2,3)$,且它在两坐标轴上的截距之和为10,则此直线方程是()。

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{7}=1$ B. $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$
 C. $\frac{x}{3}+\frac{y}{7}=1$ 或 $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$ D. $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=1$ 或 $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$

二、填空题

1. 已知直线 $Ax+By+C=0$,当 $B\neq 0$ 时,斜率 $k=$ _____ ,在 y 轴上的截距 $b=$ _____



_____，在 x 轴上的截距(当 $A \neq 0$ 时) $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 直线 $x - 5 = 0$ 过点 _____，且与 _____ 轴平行；直线 $y + 4 = 0$ 过点 _____，且与 _____ 轴平行.
3. 不论 k 取何值，直线 $kx - y + 1 = 0$ 必过定点 _____.
4. 若过点 $A(a, 2), B(3, -1)$ 的直线的倾斜角是直角，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

1. 若点 $A(a, 2), B(5, 1), C(-4, 2a)$ 在同一条直线上，求常数 a 的值.
2. 直线 l 过点 $P(3, 2)$ ，且 P 点是直线 l 被两坐标轴相截所得线段的中点，求直线 l 的方程.
3. 直线 l 过点 $A(-2, 3)$ ，且与两坐标轴围成的三角形的面积是 4，求直线 l 的方程.



8.3 两条直线的位置关系

A 组

一、选择题

1. 直线 $6x+2y-5=0$ 与直线 $y=-3x+5$ 的位置关系是().
A. 重合 B. 平行 C. 相交且垂直 D. 相交但不垂直
2. 若直线 $x+ay+3=0$ 与直线 $2x+y+1=0$ 垂直, 则 a 的值为().
A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2
3. 若 k_1, k_2 分别是直线 l_1, l_2 的斜率, 则“ $k_1k_2+1=0$ ”是“两条直线 l_1, l_2 互相垂直”的().
A. 充分条件 B. 必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 过点 $(-1, 3)$, 且与直线 $x-2y+1=0$ 垂直的直线方程是().
A. $2x+y+1=0$ B. $2x+y-1=0$
C. $x-2y+1=0$ D. $x-2y-1=0$
5. 已知原点到直线 $x-y+a=0$ 的距离为 $\sqrt{2}$, 则 a 的值为().
A. $\pm\sqrt{2}$ B. ± 2 C. -2 D. 2
6. 已知直线 $ax+by-1=0$ 在 y 轴上的截距是 -1, 且它的倾斜角是直线 $\sqrt{3}x-y=3\sqrt{3}$ 的倾斜角的 2 倍, 则().
A. $a=\sqrt{3}, b=1$ B. $a=-\sqrt{3}, b=-1$
C. $a=-\sqrt{3}, b=1$ D. $a=\sqrt{3}, b=-1$

二、填空题

1. 直线 $4x+3y-5=0$ 与直线 $6x-8y+3=0$ 的位置关系是_____.
2. 直线 $2x+y+1=0$ 与直线 $3x-y-2=0$ 的交点的坐标是_____.
3. 已知直线 $2ax+by+1=0$ 和直线 $ax-2by+2=0$ 相交于点 $(1, 1)$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.
4. 若点 $P(3, t)$ 到直线 $x+\sqrt{3}y-4=0$ 的距离为 1, 则 $t=$ _____.



三、解答题

1. (1)求过点 $(1, -1)$,且与直线 $2x-4y+1=0$ 平行的直线方程.

(2)求过点 $(3, 2)$,且与直线 $2x+y-5=0$ 垂直的直线方程.

2. 判断下列各对直线的位置关系(平行、重合还是相交):

(1) $y=x$ 与 $3x-3y+5=0$;

(2) $2x+y-4=0$ 与 $x+2y-2=0$.

3. (1)求点 $(1, 3)$ 到直线 $x-y+3=0$ 的距离.

(2)求过原点,且斜率是直线 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+1$ 的斜率的2倍的直线方程.



B 组

一、选择题

1. 已知直线 $mx + (m-4)y - 1 = 0$ 与直线 $2x + my + 2 = 0$ 垂直, 则 $m = (\quad)$.
A. 2 B. 0 C. 0 或 2 D. 0 或 6
2. 若 $l_1 \parallel l_2$ (l_1 与 l_2 不重合), 则().
A. l_1 的斜率等于 l_2 的斜率
B. l_1 的斜率等于 l_2 的斜率, 且 l_1, l_2 与 y 轴相交于不同的两点
C. l_1 的斜率等于 l_2 的斜率, 且 l_1, l_2 与 x 轴相交于不同的两点
D. l_1 的斜率等于 l_2 的斜率, 或 l_1, l_2 都与 x 轴垂直
3. 直线 $3x + 2y + m = 0$ 与直线 $2x - 3y + n = 0$ 的位置关系是().
A. 平行或重合 B. 相交但不垂直
C. 与 m, n 的取值有关 D. 相交且垂直
4. 若点 $P(2, m)$ 到直线 $5x - 12y + 6 = 0$ 的距离为 4, 则 $m = (\quad)$.
A. 1 B. -3
C. 1 或 $\frac{5}{3}$ D. -3 或 $\frac{17}{3}$
5. 过点 $(1, 3)$, 且与原点的距离为 1 的直线共有().
A. 3 条 B. 2 条 C. 1 条 D. 0 条
6. 两平行直线 $5x + 12y + 3 = 0$ 与 $10x + 24y + 5 = 0$ 的距离是().
A. $\frac{2}{13}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{26}$ D. $\frac{5}{26}$

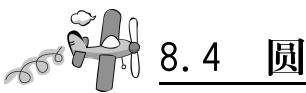
二、填空题

1. 直线 l 平行于直线 $2x - 3y + 1 = 0$, 且与两坐标轴围成的三角形的面积为 3, 则直线 l 的方程为_____.
2. 直线 $(m^2 - 5m + 2)x - (m^2 - 4)y + 5m = 0$ 的倾斜角是 45° , 则 m 的值是_____.
3. 若直线 $x - 3y + 6 = 0$ 与直线 $x - 3y + b = 0$ 的距离是 $\sqrt{10}$, 则 b 的值为_____.
4. 过直线 $2x + y - 8 = 0$ 与 $x - 2y + 1 = 0$ 的交点, 且与原点的距离为 3 的直线方程为_____.



三、解答题

1. 已知点 $A(1, -4)$, $B(-7, 2)$, 求线段 AB 的垂直平分线的方程.
 2. 求过原点和直线 $x-3y+4=0$ 与直线 $2x+y+5=0$ 的交点的直线方程.
 3. 求分别过原点和点 $A(1, 3)$, 且距离等于 $\sqrt{5}$ 的两条平行线的方程.



A组

一、选择题

1. 以点 $O(2, -1)$ 为圆心, 4 为半径的圆的标准方程是()。

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$



- C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$ D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 16$
2. 圆 $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$ 的圆心和半径分别为().
A. $(-2, -3), 2$ B. $(2, 3), 3$
C. $(2, -3), 2$ D. $(-2, 3), 3$
3. 若圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + m = 0$ 的半径为 2, 则 m 的值是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 过点 $A(1, -1)$ 和 $B(-1, 1)$, 且圆心在直线 $x + y - 2 = 0$ 上的圆的一般方程是().
A. $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ D. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$
5. 直线 $x - y = 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 的位置关系是().
A. 相交 B. 相离 C. 相切 D. 不确定
6. 若方程 $x^2 + y^2 - x + y + k = 0$ 表示一个圆, 则 k 的取值范围是().
A. $k < \frac{1}{2}$ B. $k = \frac{1}{2}$ C. $k \leq \frac{1}{2}$ D. $k > \frac{1}{2}$

二、填空题

1. 已知圆心为点 $C(8, -3)$, 圆上有一点为 $A(5, 1)$, 则该圆的标准方程为_____.
2. 过 $(0, 0)$, $(4, -2)$, $(1, 1)$ 三点的圆的一般方程是_____.
3. 圆心为点 $(-2, 1)$, 且与直线 $3x + 4y - 23 = 0$ 相切的圆的方程为_____.
4. 直线 $x + y - 2 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2$ 的位置关系为_____.

三、解答题

1. 已知圆 C 的半径为 $\sqrt{17}$, 圆心在直线 $x - y - 2 = 0$ 上, 且圆 C 过点 $(-2, 1)$, 求圆 C 的标准方程.



2. 判断下列直线与圆的位置关系:

(1) 直线 $2x+y-5=0$, 圆 $(x-1)^2+(y+2)^2=6$;

(2) 直线 $y=x-1$, 圆 $x^2+y^2-2y=0$.

3. 求平行于直线 $x+y-3=0$, 且与圆 $x^2+y^2-6x-4y+5=0$ 相切的直线方程.

B 组

一、选择题

1. 方程 $x^2+y^2-2x+4y+5=0$ 表示的图形是() .

- A. 圆心在 $(1, -2)$ 的圆
- B. 圆心在 $(1, 2)$ 的圆
- C. 只表示一个点 $(1, -2)$
- D. 该方程不表示任何图形

2. 过 $P(-8, -1), Q(5, 12), R(17, 4)$ 三点的圆的圆心坐标是() .

- A. $\left(\frac{14}{3}, 5\right)$
- B. $(5, 1)$
- C. $(0, 0)$
- D. $(5, -1)$



3. 若直线 $x+y=r$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相切, 则 r 的值是().
- A. $\pm\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. 圆心为点 $(1, -2)$, 半径为 $3\sqrt{5}$ 的圆在 y 轴上截得的弦长为().
- A. $4\sqrt{11}$ B. $8\sqrt{11}$ C. 8 D. 4
5. 圆 $x^2+(y-3)^2=4$ 关于点 $P(1,0)$ 对称的圆的方程是().
- A. $(x-2)^2+(y+3)^2=4$
B. $(x+2)^2+(y+3)^2=4$
C. $(x-2)^2+(y-3)^2=4$
D. $(x+2)^2+(y-3)^2=4$
6. 圆 $x^2+y^2=1$ 上的一点到直线 $4x-3y+25=0$ 的最小距离是().
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

二、填空题

1. 已知点 $A(4,9), B(6,3)$, 则以 AB 为直径的圆的标准方程是_____.
2. 圆心为点 $(-3,2)$, 且与 y 轴相切的圆的标准方程为_____.
3. 过圆 $x^2+y^2=5$ 上一点 $(1, -2)$ 的切线方程是_____.
4. 已知圆 C 与直线 $x-y=0$ 相切, 圆心坐标为 $(1,3)$, 则圆 C 的一般方程是_____.

三、解答题

1. 一个等腰三角形底边上的高等于 5, 底边两端点的坐标是 $(-4,0)$ 和 $(4,0)$, 求它的外接圆的一般方程.



2. 判断下列直线与圆的位置关系：

(1) 直线 $2x - y + 4 = 0$, 圆 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$;

(2) 直线 $2x - y + 5 = 0$, 圆 $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$.

3. 已知 $A(-3, 0), B(3, 2)$ 两点在圆 O 上, 直线 $l: x + y - 3 = 0$ 过圆心 O , 求:

(1) 线段 AB 的垂直平分线的方程;

(2) 圆心 O 的坐标;

(3) 圆 O 的标准方程.



第9章 立体几何



认知要求

- 了解平面的概念;理解平面的基本性质;了解空间中点、线、面关系的符号表示.
- 理解空间中直线与直线的位置关系;理解异面直线的定义及判定方法;了解异面直线所成的角的概念.
- 理解空间中直线与平面的位置关系;了解直线与平面所成的角的概念;理解直线与平面平行、直线与平面垂直的判定定理和性质定理.
- 理解空间中平面与平面的位置关系;了解二面角及二面角的平面角的概念;理解平面与平面平行、平面与平面垂直的判定定理和性质定理.
- 了解多面体及棱柱、棱锥的有关概念;理解直棱柱、正棱锥的侧面展开图;掌握直棱柱、正棱锥的侧面积公式;了解旋转体及圆柱、圆锥、球的有关概念;理解圆柱、圆锥、球的侧面展开图;掌握圆柱、圆锥的侧面积公式,了解球的表面积公式;理解柱、锥的体积公式,了解球的体积公式.

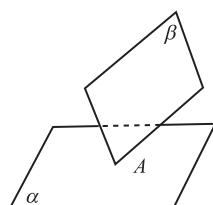


9.1 平面的基本性质

A 组

一、选择题

- 下列命题正确的是().
 - 三点确定一个平面
 - 如果两个平面有一个公共点,那么它们有无数个公共点
 - 两条直线唯一确定一个平面
 - 两条直线不能确定平面
- 如图所示,下列表述中正确的是().
 - 平面 α 与平面 β 有一个公共点
 - 平面 α 与平面 β 相交于点A
 - 平面 α 与平面 β 垂直





- D. 平面 α 与平面 β 相交于过点A的一条直线
3. 下列命题中,正确的个数为()。
- ① 桌面是平面;
 - ② 一个平面长3米,宽2米;
 - ③ 用平行四边形表示平面,只能画出平面的一部分;
 - ④ 空间图形是由空间的点、线、面构成的.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 空间中有A,B,C,D,E五个点,若A,B,C,D共面,B,C,D,E共面,那么这五个点()。
- A. 一定共面
B. 可能共面也可能不共面
C. 一定不共面
D. 一定共线
5. 下列命题中,正确的个数为()。
- ①三个点可以确定一个平面;
 - ②过一条直线的平面有且仅有一个;
 - ③两条平行直线可以确定一个平面;
 - ④若两个平面有交点,它们就一定有一条交线.
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
6. 给出下列命题:
- ①平行四边形就是一个平面;
 - ②矩形不能用来表示平面;
 - ③两条相交直线可以确定一个平面.
- 其中正确的个数为()。
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题

1. 若一条直线上有_____点在一个平面内,则这条直线在这个平面内.
2. 有一个公共点的两个平面交于_____直线.
3. 两条_____或_____直线可以确定一个平面.
4. _____的三个点,可以确定一个平面.

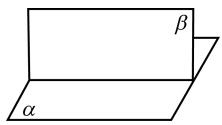


三、解答题

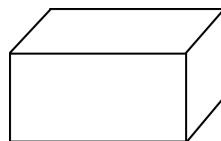
1. 一条直线过平面 α 内一点和平面 α 外一点, 它和平面 α 有几个公共点? 为什么? 画图说明.

2. 将下列各图补上适当的虚线, 使它们能比较直观地看出是立体图形.

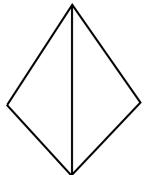
(1)



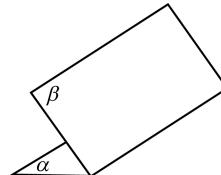
(2)



(3)



(4)



3. 请画出三个平面两两相交的图形.



B 组

一、选择题

1. 给出下列命题：

- ① 任意两条直线可以确定一个平面；
- ② 任意一个三角形一定是平面图形；
- ③ 如果点 A, B, C 在平面 α 内，且点 A, B, C 在平面 β 内，那么平面 α 和平面 β 重合；
- ④ 任意一点和一条直线确定一个平面.

其中正确的命题个数是()。

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 已知平面 α 与 β, γ 都相交，则这三个平面可能的交线有()。

- A. 1 条或 2 条 B. 2 条或 3 条
C. 1 条或 3 条 D. 1 条、2 条或 3 条

3. 两个平面重合的条件是()。

- A. 有三个公共点 B. 有两条不重合的公共直线
C. 有无数个公共点 D. 有一条公共直线

4. 下列说法正确的是()。

- A. 如果点 A, B, C, D 不共面，那么直线 AB, CD 一定不相交，但有可能平行
B. 平行的两条直线一定共面
C. 如果共点 A 的三条直线 l, m, n 都与不过点 A 的直线 a 相交，那么这四条直线不共面
D. 三条相互平行的直线可以确定 5 个平面

5. 下列命题中，正确的个数为()。

- ① 平面 α 就是一个平行四边形；
- ② 平面 β 长为 2，宽为 1；
- ③ 两个平面可将空间分为四个部分.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 以下不能确定一个平面的是()。

- A. 三个点 B. 一条直线和直线外一点
C. 两条相交直线 D. 两条平行直线

二、填空题

1. 互相平行的三条直线，每两条确定一个平面，则最多可确定_____个平面，最少可确



定_____个平面.

2. 空间内不共线的三点可以确定的平面个数是_____.
3. 如果直线 l 上的两个点都在平面 α 内, 那么直线 l 上的_____都在平面 α 内, 此时称_____, 记作 $l \subseteq \alpha$.
4. 两个平面可将空间分成_____部分.

三、解答题

1. 已知 $a \parallel b$, 过直线 a, b 外一点 P 分别作直线 c, d 与直线 a, b 相交, 且 P 在 a, b 所确定的平面上. 求证: 直线 a, b, c, d 在同一平面内.
2. 请判断两两相交的三条直线是否在同一平面内, 为什么?
3. AB, CD, EF 是三条直线, 其中 $AB \parallel CD, EF$ 与 AB, CD 都相交. 求证: AB, CD, EF 三条直线在同一个平面内.



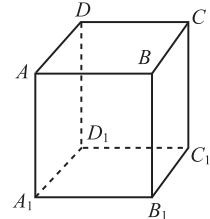
9.2 直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的判定与性质

A 组

一、选择题

1. 如图所示,下列说法中正确的是().

- A. 直线 AB 与直线 B_1C_1 是异面直线
- B. 直线 AB 与直线 C_1D_1 是异面直线
- C. 直线 BB_1 与直线 DD_1 是异面直线
- D. 直线 CC_1 与直线 D_1C_1 是异面直线



2. “两条直线不平行”是“这两条直线异面”的().

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

3. 下列说法中,正确的个数是().

- ① 若直线和平面有无数个公共点,则直线在平面内;
- ② 若直线和平面有且只有一个公共点,则直线和平面相交;
- ③ 若直线和平面有一个公共点,则它们有无数个公共点;
- ④ 若两个平面有一个交点,则它们有无数个交点.

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

4. 下列能得出“两个平面相互平行”结论的是().

- A. 两个平面都与某一条直线平行
- B. 两个平面都与某一个平面垂直
- C. 一个平面内的两条直线平行于另一个平面
- D. 一个平面内的任意一条直线都平行于另一个平面

5. 如果两条直线没有公共点,那么它们的位置关系是().

- A. 平行
 - B. 异面
 - C. 共面
 - D. 平行或异面
- A. 平行
 - B. 相交
 - C. 垂直
 - D. 异面



二、填空题

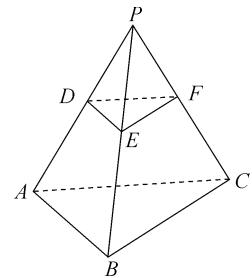
1. 若直线 a, b 是异面直线, 且 $c \parallel a$, 则直线 c, b 的位置关系是_____.
2. 已知 a, b, c, d 是 4 条直线, $a \parallel b, b \parallel c, c \parallel d$, 则直线 a, d 的位置关系是_____.
3. 直线与平面平行的判定方法: 如果平面_____一条直线与_____平行, 那么这条直线与这个平面平行.
4. 直线与平面平行的性质: 如果一条直线与一个平面平行, 并且_____的一个平面和这个平面相交, 那么这条直线与_____平行.

三、解答题

1. 点 P 是 $\square ABCD$ 所在平面外一点, Q 是 PA 的中点, 求证: $PC \parallel$ 平面 BDQ .
2. 已知空间四边形 $ABCD$, 点 E, F, G 分别是 AB, BC, CD 的中点, 求证: $BD \parallel$ 平面 $EFG, AC \parallel$ 平面 EFG .



3. 如图所示,已知空间四边形 $PABC$,点 D,E,F 分别是 PA,PB,PC 的中点,求证:平面 $DEF \parallel$ 平面 ABC .



B 组

一、选择题

- 已知平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , a 为直线,且 $a \subseteq \alpha$,有下列四个命题:
 - 直线 a 与平面 β 内的所有直线平行;
 - 直线 a 与平面 β 内的无数条直线平行;
 - 直线 a 与平面 β 内的任何一条直线都不垂直;
 - 直线 a 与平面 β 无公共点.
 其中真命题的个数是()。

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 在空间内,若 $\angle ABC = \angle A'B'C'$,且 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{A'B'}$, \overrightarrow{AB} 与 $\overrightarrow{A'B'}$ 的方向相同,则下列结论正确的是()。

A. $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{B'C'}$ B. $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{B'C'}$ 且方向不相同
 C. \overrightarrow{BC} 与 $\overrightarrow{B'C'}$ 不一定平行 D. \overrightarrow{BC} 与 $\overrightarrow{B'C'}$ 一定不平行
- 若两条直线都与同一个平面平行,则这两条直线的位置关系为()。

A. 异面 B. 相交
 C. 平行 D. 以上都有可能
- 已知直线 $a \parallel$ 平面 α ,直线 b 在平面 α 内,则()。

A. $a \parallel b$ B. a 与 b 相交
 C. a 与 b 异面 D. a 与 b 平行或异面
- 已知平面 α, β, γ 和直线 a ,则可以推出 $\alpha \parallel \beta$ 的是()。

A. $a \parallel \alpha$,且 $a \parallel \beta$ B. $\alpha \parallel \gamma$,且 $\beta \parallel \gamma$
 C. $a \subseteq \alpha$,且 $a \parallel \beta$ D. a 是 α 与 γ 的交线,且 $a \parallel \beta$

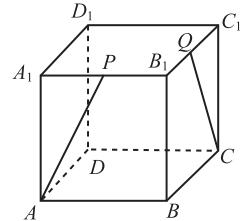


6. 已知平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , 若直线 a 在平面 α 内, 直线 b 在平面 β 内, 则直线 a 与直线 b 的位置关系为()。

A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 平行或异面

二、填空题

1. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是 A_1B_1 的中点, Q 是 B_1C_1 的中点, 则 AP 和 CQ _____(填“是”或“不是”)异面直线, 其原因是 _____.



2. 平行且相等的三条线段 AB, CD, EF , 如果它们不在同一平面内, 那么它们对应的端点所在的平面 ACE 与平面 BDF 一定平行.

证明: $\because AB \not\parallel CD$,

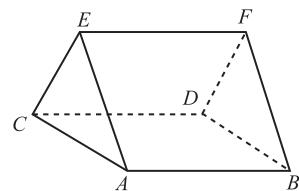
\therefore 四边形 $ABDC$ 是平行四边形,

$\therefore AC \parallel BD$.

\because _____, ①

\therefore _____, ②

$\therefore CE \parallel DF$.



$\because AC$ 交 CE 于点 C , BD 交 DF 于点 D ,

\therefore 平面 $ACE \parallel$ 平面 BDF .

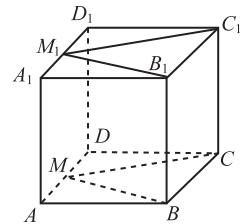
3. 已知 A, B 为平面 α 外两点, 则直线 AB 与平面 α 的位置关系是 _____.

4. 已知直线 $a \parallel$ 平面 α , 直线 $b \parallel$ 平面 β , 且 $a \parallel b$, 则平面 α 与平面 β 的位置关系是 _____.

三、解答题

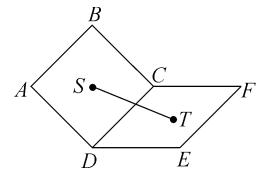
1. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, M_1 分别是 AD, A_1D_1 的中点.

求证: $\angle BMC = \angle B_1M_1C_1$.

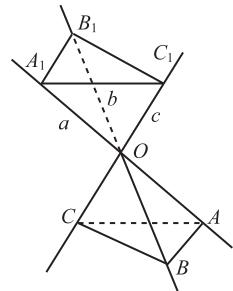




2. 如图所示,已知正方形 $ABCD$ 和正方形 $CDEF$ 所在平面相交于 CD ,点 S, T 分别为正方形 $ABCD$ 和正方形 $CDEF$ 的中心. 求证: $ST \parallel$ 平面 BCF .



3. 如图所示,在共点 O 的三条不共面直线 a, b, c 上,在点 O 的两侧分别取点 A 和 A_1, B 和 B_1, C 和 C_1 ,使 $AO=A_1O, BO=B_1O, CO=C_1O$. 求证:平面 $ABC \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1$.



9.3 直线与直线、直线与平面、平面与平面所成的角

A 组

一、选择题

1. 直线与平面所成角的取值范围是() .

A. $(0, \pi)$ B. $[0, \pi]$ C. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ D. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

2. 已知等边三角形 ABC 的边长是 1, AD 是 BC 边上的高,沿 AD 将三角形折成直二面



- 角,则此时点 A 到 BC 边的距离是().
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. 若直线 a, b 与直线 c 所成的角相同, 则直线 a 与直线 b 的位置关系为().
- A. 异面 B. 相交 C. 平行 D. 以上都有可能
4. 已知直线 $a \perp$ 直线 b , 直线 $b \perp$ 直线 c , 则直线 a 与直线 c 的位置关系为().
- A. 平行 B. 异面 C. 相交 D. 平行或异面
5. 二面角是指().
- A. 从一条直线出发的两个半平面所组成的图形
B. 两个平面相交新形成的图形
C. 一个平面绕一条直线旋转形成的图形
D. 一个平面与过该平面内一条直线的另一个平面形成的图形
6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 D_1-AD-B 的大小为().
- A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°

二、填空题

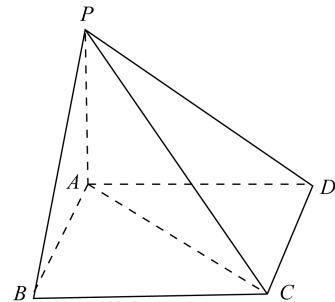
1. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AB 和 DD_1 所成的角为_____度, AD_1 和 B_1C 所成的角为_____度, B_1C 和 BD 所成的角为_____度, BD 和 B_1C_1 所成的角为_____度.
2. 一条斜线与它在平面上的射影的_____, 叫做该斜线与这个平面所成的角.
3. 过 120° 的二面角内一点, 向二面角的两个面作垂线, 垂线段的长度都是 10 cm , 则两垂足间的距离是_____.
4. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 A_1C_1 与直线 B_1C 所成的角为_____.

三、解答题

1. 从平面外一点 P , 引平面 α 的垂线段 PO 和斜线段 PA , 且 $PO=3\text{ cm}$, $PA=6\text{ cm}$. 求斜线段 PA 与平面 α 所成角的度数.



2. 如图所示, P 为矩形 $ABCD$ 所在平面外一点, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 若 $PA=1$, $PB=\sqrt{2}$, $PD=\sqrt{3}$. 求 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角的度数.



3. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 求二面角 D_1-AB-C 的大小.

B 组

一、选择题

1. 平面内与平面的一条斜线垂直的直线有().
A. 2 条 B. 3 条 C. 4 条 D. 无数条
2. 已知一个长方体的体对角线长为 2, 底面矩形的长、宽分别为 $\sqrt{2}, 1$, 则该长方体的体对角线与底面所成的角为().
A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°
3. 如果直线 $a \perp$ 直线 b , 那么直线 a 与直线 b 的位置关系为().
A. 异面 B. 平行 C. 相交 D. 相交或异面
4. 和两条平行直线都垂直的直线().
A. 仅有一条 B. 有两条 C. 有无数条 D. 不存在



5. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 平面 A_1B_1CD 与平面 ABC_1D_1 所成的二面角为().
- A. 60° B. 90° C. 120° D. 135°
6. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 30° , 点 P 在平面 α 内, 点 P 到平面 β 的距离为 a , 则点 P 到直线 l 的距离为().
- A. a B. $\sqrt{3}a$ C. $2a$ D. $2\sqrt{3}a$

二、填空题

1. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 二面角 $A-BB_1-C_1$ 的度数是_____, 二面角 $D-BB_1-C_1$ 的度数是_____.
2. 如图所示, P 是矩形 $ABCD$ 所在平面外一点, $PA \perp BC$, PD 与 BC 成 45° 角, $PA=12$, 求 AD 的长.

解: $\because PA \perp BC$, $AD \parallel BC$,

$$\therefore PA \perp AD.$$

$\because PD$ 与 BC 成 45° 角, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle PDA = \text{_____},$$

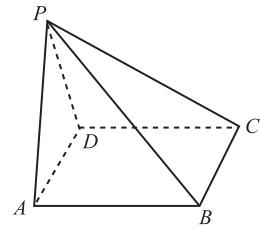
$\therefore \triangle PAD$ 是_____三角形.

$\because PA=12$,

$$\therefore AD = \text{_____}.$$

3. 若直线 $m \parallel n$, $n \perp l$, 则直线 m 与直线 l 的位置关系为_____.

4. 直二面角 $\alpha-l-\beta$ 内一点 P 到 α , β 的距离分别为 5 和 12, 则点 P 到直线 l 的距离为_____.



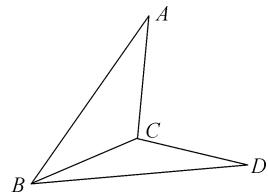
三、解答题

1. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4$ cm, $AD=2$ cm, $AA_1=3$ cm, 求 AC_1 与平面 $ABCD$ 、平面 ADD_1A_1 、平面 ABB_1A_1 所成的角的余弦值.



2. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=1, AD=1, BB_1=\sqrt{6}$, 求 DB_1 与平面 $ABCD$ 所成的角的大小.

3. 如图所示, 在空间四边形 $ABDC$ 中, $AB=AC, DB=DC$, 请画出二面角 $A-BC-D$.



9.4 直线与直线、直线与平面、平面与平面垂直的判定与性质

A 组

一、选择题

1. 垂直于等边三角形两边的直线与三角形所在平面的位置关系是().
- A. 垂直 B. 斜交 C. 平行 D. 不能确定



2. 下列命题中错误的是()。
- A. 空间四边形相邻两边中点的连线平行于经过另外两边的平面
 - B. 平行于同一直线的两直线平行
 - C. 垂直于同一平面的两直线垂直
 - D. 如果两条平行线中有一条垂直于一个平面,那么另一条也垂直于这个平面
3. 下列说法正确的是()。
- A. 若直线 a, b 都在平面 α 内, 直线 $c \perp a$ 且 $c \perp b$, 则 $c \perp \alpha$
 - B. 若直线 $a \perp$ 平面 α , 则直线 a 垂直于平面 α 内的任意直线
 - C. 若直线 a 不垂直于平面 α , 则直线 a 不垂直于平面 α 内的任意直线
 - D. 若直线 a 垂直于平面 α 内的无数条直线, 则 $a \perp \alpha$
4. 与第三个平面都垂直的两个平面()。
- A. 互相平行
 - B. 互相垂直
 - C. 相交
 - D. 以上都有可能
5. 过平面内的两个点,且与这个平面垂直的平面()。
- A. 有两个
 - B. 有无数个
 - C. 仅有一个
 - D. 个数与点的位置有关
6. 已知直线 $a \parallel$ 平面 α , 平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 则直线 a 与平面 β 的位置关系为()。
- A. 平行
 - B. 相交
 - C. 相交且垂直
 - D. 以上都有可能

二、填空题

1. 过平面外的一点有_____个平面与已知平面垂直.
2. 已知 AC 和 AB 分别是平面 α 的垂线和斜线, CB 是 AB 在平面 α 内的射影, 直线 a 在平面 α 内, 且 $a \perp AB$. 求证: $a \perp BC$.

证明: $\because AC \perp$ 平面 α , a 在平面 α 内,

$$\therefore \underline{\quad}.$$

$\because AB \perp a$, AC 交 AB 于点 A ,

$$\therefore \underline{\quad}.$$

$\because BC$ 在平面 ACB 内,

$$\therefore \underline{\quad}.$$

3. 过空间内一点,可以作_____条直线与已知平面垂直.

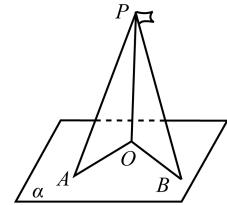
4. 若直线 $a \perp$ 平面 α , 直线 $a \perp$ 平面 β , 则平面 α 与平面 β 的位置关系是_____.



三、解答题

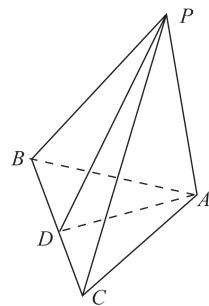
1. 如图所示,旗杆 $PO=12$ m,绳子 $PA=PB=13$ m, $OA=OB=5$ m,且 O,A,B 不共线.

求证:旗杆 PO 与地面 α 垂直.



2. 如图所示,已知 PA 垂直于等腰 $\triangle ABC$ 所在的平面, D 是等腰三角形底边 BC 的中点.

求证:平面 $PAD \perp$ 平面 PBC .



3. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,求 A_1C 与 BD 所成角的大小.