

项目一

静力学基础



学习目标

1. 理解力的性质、静力学基本公理、力系的简化和平衡条件等知识
2. 掌握构件的受力分析的方法,掌握受力图的画法,能分析汽车上典型构件的受力状况
3. 熟悉平面力系的形式与简化,掌握其平衡条件、平衡方程及应用

项目描述

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的科学。力系是指作用于同一物体上的一组力。物体的平衡一般是指物体相对于地面静止或作匀速直线运动。它主要解决两类问题:一是将作用在物体上的力系进行简化,即用一个简单的力系等效地替换一个复杂的力系;二是建立物体在各种力系下的平衡条件,并借此对物体进行受力分析。本项目将阐述静力学中的一些基本概念、静力学公理、汽车工程上常见典型构件的受力分析,以及其他物体的受力分析。

力在物体平衡时所表现出来的基本性质,也同样表现于物体作一般运动的情形中。在静力学里关于力的合成、分解与力系简化的研究结果,我们可以直接应用于动力学。静力学在工程技术中具有重要的实用意义。

课题



静力学的基本概念

一、力的概念

力的概念产生于人类从事的生产劳动当中。当人们用手握、拉、掷及举起物体时,由于肌肉紧张而感受到力的作用,这种作用广泛存在于人与物及物与物之间。例如,奔腾的水流能推动水轮机旋转,锤子的敲打会使烧红的铁块变形等。

1. 力的定义

力是物体之间相互的机械作用,这种作用将使物体的机械运动状态发生变化,或者使物





体产生变形。前者称为力的外效应,后者称为力的内效应。

2. 力的三要素

实践证明,力对物体的作用效应决定于力的大小、方向(包括方位和指向)和作用点的位置,这三个因素就称为力的三要素。在这三要素中,如果改变其中任何一个,也就改变了力对物体的作用效应。例如:用扳手拧螺母时,作用在扳手上的力,因大小不同,或方向不同,或作用点不同,它们产生的效果就不同,如图 1-1(a)所示。

3. 力的图示法

力是一个既有大小又有方向的量,而且又满足矢量的运算法则,因此力是矢量(或称向量)。矢量常用一个带箭头的有向线段来表示,如图 1-1(b)所示,线段长度 AB 按一定比例代表力的大小,线段的方位和箭头表示力的方向,其起点或终点表示力的作用点。此线段的延伸称为力的作用线。用黑体字 F 代表力矢,并以同一字母的非黑体字 F 代表该矢量的模(大小)。

4. 力的单位

力的国际制单位是牛【顿】或千牛【顿】,其符号为 N 或 kN 。

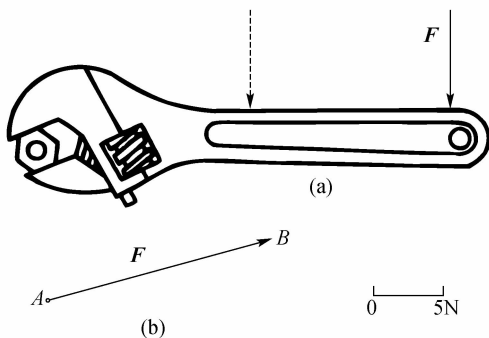


图 1-1 扳手

二、刚体的概念

所谓刚体是指在受力状态下保持其几何形状和尺寸不变的物体。显然,这是一个理想化的模型,实际上并不存在这样的物体。但是,工程实际中的机械零件和结构构件,在正常工作情况下所产生的变形,一般都是非常微小的。这样微小的变形对于研究物体的外效应的影响极小,是可以忽略不计的。当然,在研究物体的变形问题中,就不能把物体看作是刚体,否则会导致错误的结果,甚至无法进行研究。

三、平衡的概念

平衡是指物体在力系作用下相对于惯性参考系处于静止或作匀速运动状态。

力系是指作用于刚体上的一群力。物体处于平衡状态时,作用于该物体上的力系称为平衡力系。力系平衡所满足的条件称为平衡条件。如果两个力系对同一物体的作用效应完全相同,则称这两个力系互为等效力系。当一个力系与一个力的作用效应完全相同时,把这个力称为该力系的合力,而该力系中的每一个力称为合力的分力。



四、静力学公理

1. 二力平衡公理

当一个刚体受两个力作用而处于平衡状态时,其充分与必要的条件是这两个力大小相等,作用于同一直线上,且方向相反。简称“等值、反向、共线”。如图 1-2 所示。

这个公理揭示了作用于物体上的最简单的力系在平衡时所必须满足的条件,它是静力学中最基本的平衡条件。

二力体 只受两个力作用而平衡的物体称为二力体。

机械和建筑结构中的二力体常常统称为二力构件。它们的受力特点是两个力的方向必在二力作用点的连线上。

应用二力体的概念可以很方便地判定结构中某些构件的受力方向。如图 1-3 所示三铰拱中 AB 部分,当车辆不在该部分上且不计自重时,它只可能通过 A, B 两点受力,是一个二力构件,故 A, B 两点的作用力必沿 AB 连线的方向。

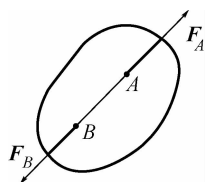


图 1-2 二力平衡

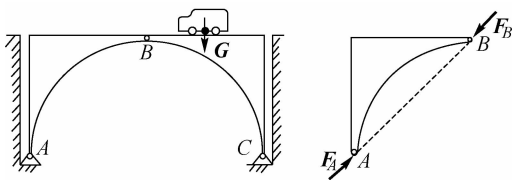


图 1-3 二力构件

2. 加减平衡力系公理

在刚体的原有力系中,加上或减去任一平衡力系,不会改变原力系对刚体的作用效应。

这一公理的正确性是显而易见的,因为一个平衡力系是不会改变物体的原有状态的。这个公理常被用来简化某一已知力系。依据这一公理,可以得出一个重要推论:

力的可传性原理。作用于刚体上的力可以沿其作用线移至刚体内任一点,而不改变原力对刚体的作用效应。例如,图 1-4 中在车后 A 点加一水平力推车,与在车前 B 点加一水平力拉车,其效果是一样的。

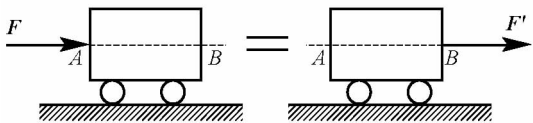


图 1-4 力的可传性原理

这个原理可以利用上述公理推证如下,如图 1-5 所示:



(1) 设力 F 作用于 A 点, 如图 1-5(a) 所示;

(2) 在力的作用线上任取一点 B , 并在 B 点加一平衡力系 (F_1, F_2), 使 $F_1 = -F_2 = -F$ (见图 1-5(b)); 由加减平衡力系公理知, 这并不影响原力 F 对刚体的作用效应;

(3) 再从该力系中去掉平衡力系 (F, F_1), 则剩下的力 F_2 (见图 1-5(c)) 与原力 F 等效。这样就把原来作用在 A 点的力 F 沿其作用线移到了 B 点。

根据力的可传性原理, 力在刚体上的作用点已被它的作用线所代替, 所以作用于刚体上的力的三要素又可以说是力的大小、方向和作用线。这样的力矢量称为滑移矢量。

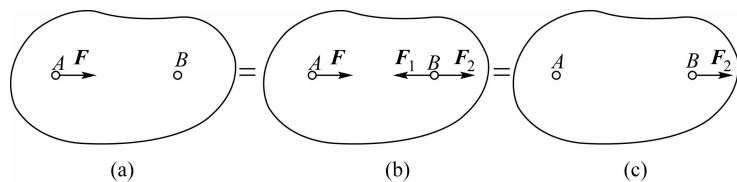


图 1-5 加减平衡力系

应当指出, 力的可传性原理只适用于刚体, 对变形体不适用。

3. 作用与反作用定律

两个物体间的作用力与反作用力, 总是大小相等, 方向相反, 作用线相同, 并分别作用于这两个物体。

这个公理概括了自然界的物体相互作用的关系, 表明了作用力和反作用力总是成对出现的。必须强调指出, 作用力和反作用力是分别作用于两个不同的物体上的, 因此, 决不能认为这两个力相互平衡, 这与两力平衡公理中的两个力有着本质上的区别。

4. 力的平行四边形法则

作用于物体同一点的两个力可以合成为一个合力, 合力也作用于该点, 其大小和方向由以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线所确定, 即合力矢等于这两个分力矢的矢量和, 如图 1-6 所示。其矢量表达式为

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

从图 1-7 可以看出, 当求合力时, 实际上只须作出力的平行四边形的一半, 即一个三角形就行了。为了使图形清晰起见, 通常把这个三角形画在力所作用的物体之外。如图 1-7 所示, 其方法是自任意点 O 先画出一力矢 F_1 , 然后再由 F_1 的终点画一力矢 F_2 , 最后由 O 点至力矢 F_2 的终点作一矢量 F_R , 它就代表 F_1, F_2 的合力。合力的作用点仍为汇交点 A 。这种作图方法称为力的三角形法则。在作力三角形时, 必须遵循这样一个原则, 即分力力矢首尾相接, 但次序可变, 合力力矢与最后分力箭头相接。此外还应注意, 力三角形只表示力的大小和方向, 而不表示力的作用点或作用线。



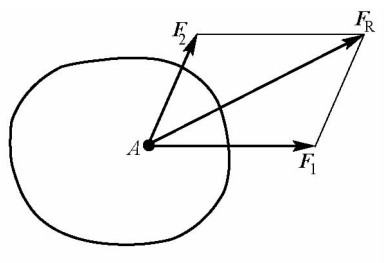


图 1-6 力的平行四边形法则

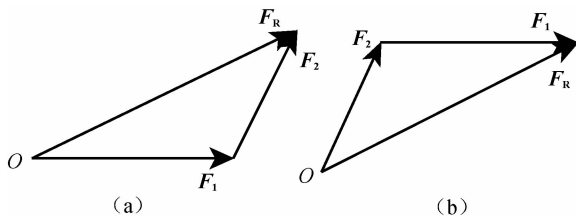


图 1-7 力的三角形法则

力的平行四边形法则总结了最简单的力系简化规律,它是较复杂力系合成的主要依据。运用二力平衡公理和力的平行四边形法则可以得到下面的推论:

物体受三个力作用而平衡时,此三个力的作用线必汇交于一点。此推论称为三力平衡汇交定理。

课题 二 约束和约束反力

一、约束与约束力的定义

工程中的机器或者结构,总是由许多零部件组成的。这些零部件是按照一定的形式相互连接的,因此,它们的运动必然互相牵连和限制。如果从中取出一个物体作为研究对象,则它的运动当然也会受到与它连接或接触的周围其他物体的限制。也就是说,它是一个运动受到限制或约束的物体,称为被约束体。那些限制物体某些运动的条件,称为约束。这些限制条件总是由被约束体周围的其他物体构成的。为方便起见,构成约束的物体常称为约束。约束限制了物体本来可能产生的某种运动,故约束有力作用于被约束体,这种力称为约束反力。

限制被约束体运动的周围物体称为约束。约束反力总是作用在被约束体与约束体的接触处,其方向也总是与该约束所能限制的运动或运动趋势的方向相反。据此,即可确定约束反力的位置及方向。

二、约束类型与约束反力的确定

1. 常见的约束类型

(1) 柔性约束。由柔软的绳索、胶带、链条等形成的约束称为柔性约束。这类约束只能限制物体沿绳索伸长方向的运动,因此,它对物体只有沿绳索方向的拉力,如图 1-8、图 1-9

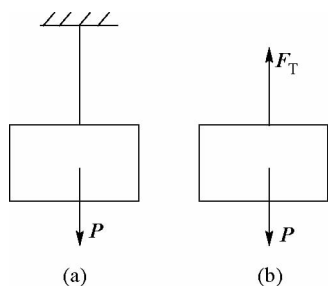


图 1-8 柔性约束

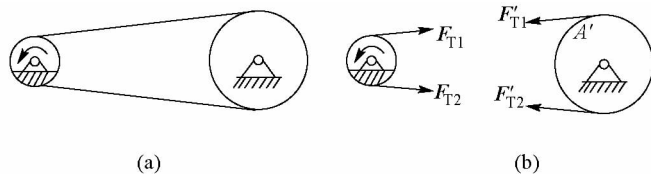


图 1-9 带传动

所示,常用符号 F_T 表示。当皮带绕过轮子时,假想在皮带的直线部分处截开,与轮子接触的皮带和轮子一起作为研究对象。

(2)光滑接触约束。两物体相互接触,当接触面光滑、接触处的摩擦力可忽略时,即为光滑约束。光滑约束只能在接触点沿接触面的公法线方向约束物体的运动,不能限制物体沿接触面切线方向的运动,故约束反力必过接触点沿接触面法向并指向被约束体,简称法向压力,通常用 F_N 表示。

图 1-10 中(a)(b)所示分别为光滑曲面对刚体球的约束和齿轮传动机构中齿轮轮齿的约束。

图 1-11 为直杆与方槽在 A, B, C 三点接触,三处的约束反力沿二者接触点的公法线方向作用。

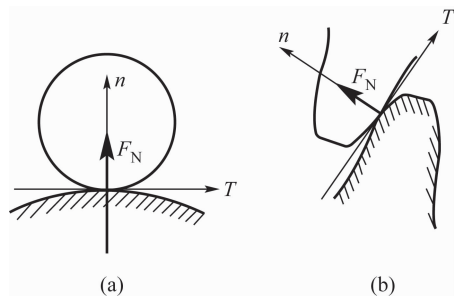


图 1-10 光滑接触约束

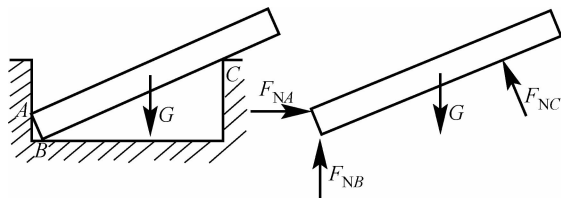


图 1-11 直杆的光滑接触约束

(3)光滑铰链约束。铰链是工程上常见的一种约束。它是在两个钻有圆孔的构件之间采用圆柱定位销所形成的连接,如图 1-12 所示。门所用的活页、铡刀与刀架、起重机的动臂与机座的连接等,都是常见的铰链连接。

一般认为销钉与构件光滑接触,所以这也是一种光滑表面约束,约束反力应通过接触点 K 沿公法线方向(通过销钉中心)指向构件,如图 1-13(a)所示。但实际上很难确定 K 点的位置,因此反力 F_N 的方向无法确定。所以,这种约束反力通常是用两个通过铰链中心的大小和方向未知的正交分力 F_x, F_y 来表示,两分力的指向可以任意设定,如图 1-14(b)所示。



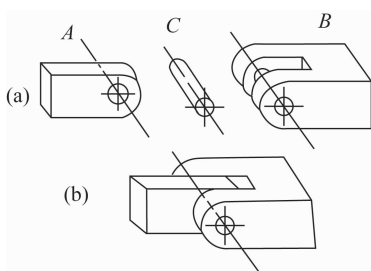


图 1-12 铰链约束

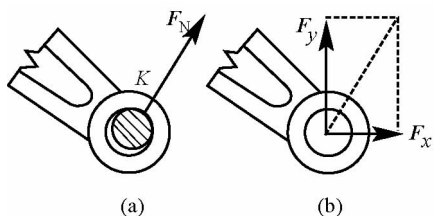


图 1-13 光滑铰链约束分析

这种约束在工程上应用广泛,可分为三种类型。

1) 固定铰链约束。如果铰链约束的两个构件中有一个固定在地面或机架上,如桥梁的一端与桥墩连接时的约束,如图 1-14(a)所示,则这类约束称为固定铰链约束。

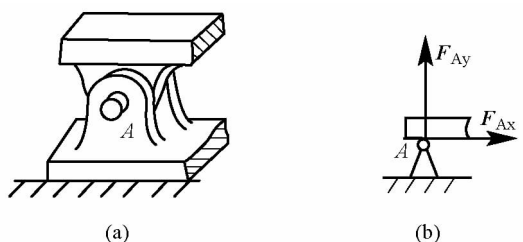


图 1-14 固定铰链约束

2) 中间铰链约束。如果铰链约束的两个构件可以相对转动但不能移动,如曲柄连杆机构中曲柄与连杆、连杆与滑块连接等,则这类约束称为中间铰链约束。如图 1-15 所示。

3) 活动铰链约束。在桥梁、屋架等结构中,除了使用固定铰支座外,还常使用一种放在几个圆柱形滚子上的铰链支座,这种约束称为活动铰链约束。它的构造如图 1-16 所示。由于滚轴的作用,被支承构件可沿支承面的切线方向移动,故其约束反力的方向只能在滚子与地面接触面的公法线方向。

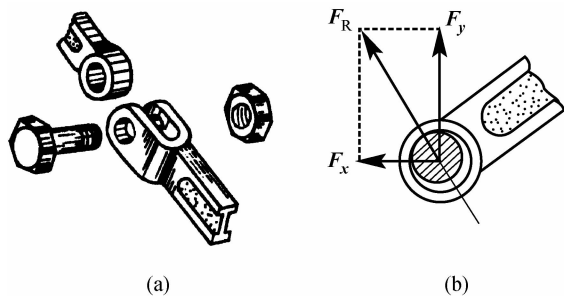


图 1-15 中间铰链约束

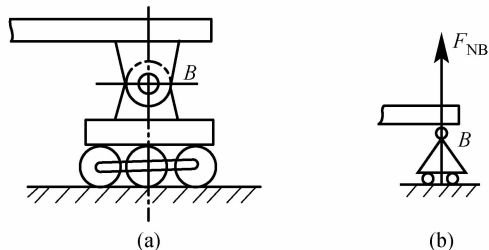


图 1-16 活动铰链约束

2. 约束反力的确定

(1) 约束反力的方向与该约束所阻止的运动趋势相反。



(2) 约束反力的作用点在约束与物体的相互接触点处。

(3) 约束反力是未知力,其大小需根据平衡条件计算确定,方向可根据约束类型来确定。一般使物体产生运动或运动趋势的力,如重力、推力、压力等都是已知的。

三、受力图和受力分析

将物体所受的全部主动力和约束反力都表示出来的图形称为受力图。它揭示了研究对象与周围物体间相互作用的关系。正确地画出受力图是分析和计算力学问题的前提。

1. 画受力图的步骤

(1) 明确研究对象,解除约束,画出分离体。所谓分离体就是人为地将所研究物体的所有约束全部解除,从与其相联系的周围物体中分离出来而得到的图形。研究对象既可以是一个物体,也可以是几个物体的组合。

(2) 分析并在分离体上画出主动力。

(3) 分析并在分离体上画出约束反力。先找出研究对象与周围物体的接触处,分析每个接触处的约束类型,并根据约束类型正确画出约束反力。

2. 画受力图的注意事项

(1) 必须画出分离体图,分离体的形状、方位应与原图保持一致。

(2) 画每个力都要有根据。画约束反力时,必须严格按约束类型的性质去画,不能凭空想象。

(3) 不能多画,每画一个力都要考虑这个力的施力物体和受力物体各是什么,只画研究对象受的力,不画研究对象作用于其他物体的力;不能少画,凡是解除约束的地方(研究对象与周围物体接触处)都要分析有无约束反力。

(4) 应准确地找出二力杆并从二力杆入手。

(5) 注意作用力与反作用力的关系。

例 1-1 重力为 P 的圆球放在板 AC 与墙壁 AB 之间,如图 1-18(a)所示。设杆件 AC 重力不计,试作出杆件 AC 与球的受力图。

解: 先取球为研究对象,作出简图。球上主动力 P ,约束反力有 F_{ND}, F_{NE} ,均属光滑面约束的法向反力。受力图如图 1-17(b)所示。

再取杆件 AC 作研究对象。由于杆件的自重不计,故只有 A, C, E 处的约束反力。其中 A 处为固定铰支座,其反力可用一对正交分力 F_{Ax}, F_{Ay} 表示; C 处为柔索约束,其反力为拉力 F_T ; E 处的反力为法向反力 F'_{NE} ,该反力与球在 E 处所受反力 F_{NE} 为作用与反作用的关系。受力图如图 1-17(c)所示。

例 1-2 图 1-18 所示为一起重机支架,已知支架重力 W 、吊重 G 。试画出重物、吊钩、滑车与支架以及物系整体的受力图。



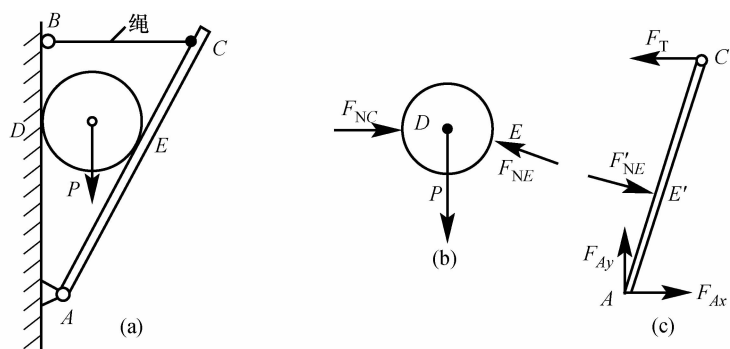


图 1-17 球支架

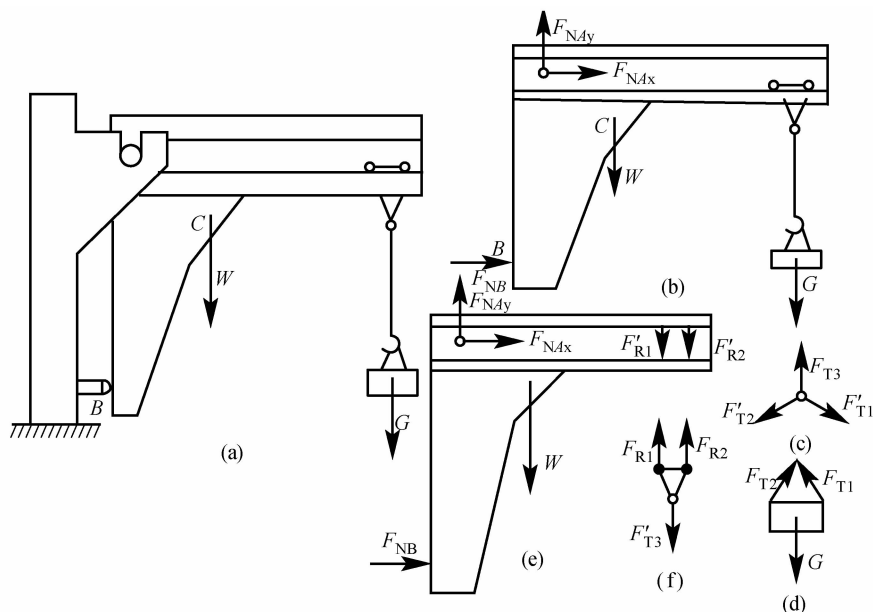


图 1-18 起重机支架

解:重物上作用有重力 G 和吊钩沿绳索的拉力 F_{T1} , F_{T2} , 如图 1-18(d) 所示;吊钩受绳索约束,沿各绳上画拉力 F'_{T1} , F'_{T2} , F_{T3} , 如图 1-18(c) 所示滑车上有钢梁的约束反力 F_{R1} , F_{R2} 及吊钩绳索的拉力 F'_{T3} 如图 1-17(f) 所示;支架上有 A 点的约束反力 F_{NAx} , F_{NAy} , B 点水平的约束反力 F_{NB} 及滑车滚轮的壓力 F'_{R1} , F'_{R2} 支架自重 W 如图 1-18(e) 所示。

整个物系作用有 $G, W, F_{NB}, F_{NAx}, F_{NAy}$, 其余为内力, 均不显示, 如图 1-18(b) 所示。

例 1-3 试画出汽车发动机活塞连杆机构和凸轮机构中活塞和推杆的受力图, 并进行比较。图 1-19(a) 所示是活塞连杆机构, 图 1-19(c) 所示是凸轮机构。

解:分别取活塞、推杆为分离体, 画出它们的主动力和约束反力, 其受力如图 1-19(b) (d) 所示。

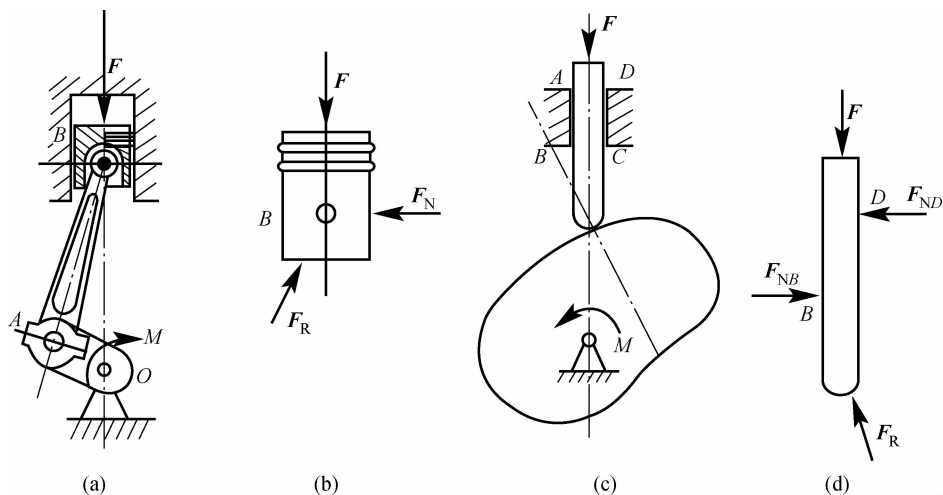


图 1-19 汽车发动机活塞、推杆受力

活塞上作用的主动动力为 F , F_R 为 F 与 F_R 的交点在活塞与气缸壁接触长度范围以内, 其合力使活塞紧靠气缸壁左侧, 由此产生一个与约束面互相垂直的反力 F_N , F, F_N, F_R 三力汇交。推杆上的主动力 F, F_R 的交点在滑道之外, 其合力使推杆倾斜而导致 B, D 两点接触, 故有约束反力 F_{NB}, F_{ND} 。

课题 力矩和力偶矩

一、力矩

一般说来, 力对刚体有移动效应, 也有使刚体绕某点(或轴)转动的效应, 例如汽车的挡位操纵杆, 如图 1-20(a)所示, 力的这种转动效应的度量叫力矩。

力对点之矩是矢量, 如图 1-20(b)所示, 力 F 作用在刚体上 A 点, 支点 O 到 A 点的矢径为 r 。

实验证明, 力使刚体绕矩心 O 点转动的效应取决于下列三要素。

- (1) 力矩的大小: $M_o(F) = \pm Fd$
- (2) 力矩的正、负号规定: 力矩使物体绕矩心逆时针转动为正, 反之为负。
- (3) 力矩的国际单位是牛·米($N \cdot m$)

二、力偶和力偶矩

1. 力偶的概念

由两个等值、反向的平行力构成的力系叫力偶, 如图 1-21 所示, 记为 (F, F') 。容易证

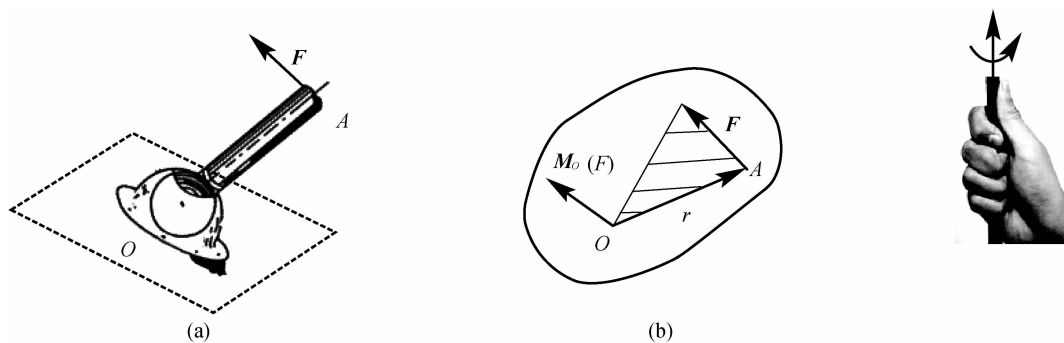


图 1-20 力对点之矩

明,一个力偶无论怎样简化,不能合成为一个力。所以,一个力偶不能与一个力等效,也不能与一个力构成平衡。力偶与力一样,是一个基本力学量。

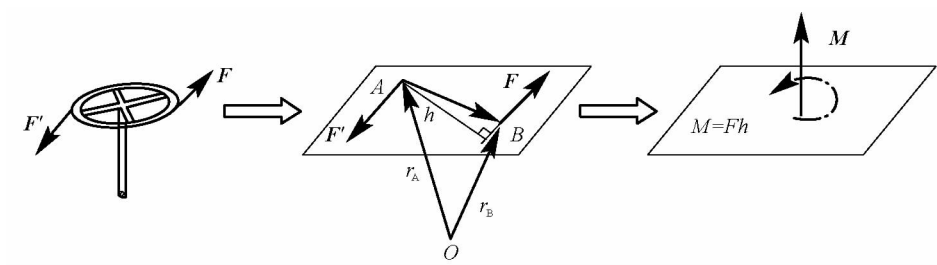


图 1-21 力偶的应用及图示

2. 力偶矩

力偶使物体绕某点产生转动。这种转动效应的大小,由构成该力偶的两个力对该点力矩之和力偶矩矢量来度量。

在图 1-21 中,力偶(\mathbf{F}, \mathbf{F}')对任一点 O 之矩为

$$M(\mathbf{F}, \mathbf{F}') = \pm Fh \quad (1-2)$$

力偶矩的正负号及单位的规定:若力偶使物体产生逆时针转动的趋势为正,反之为负,力偶矩的单位与力矩的单位相同。

可见,力偶矩矢与矩心 O 的位置无关,力偶矩矢对于刚体是自由矢量,经滑移和平移后,不改变对刚体的运动效应。力偶矩通常用矢量 \mathbf{M} 表示,也可用圆弧形箭头表示在作用面内的转向,如图 1-21 中所示,力偶矩的大小为

$$M = Fh \quad (1-3)$$

力偶矩的大小、作用面方位和转向决定力偶对刚体的作用效果,称为力偶的三要素。

由力偶矩定义易知,力偶对轴之矩等于该力偶矩矢在该轴上的投影。

3. 合力偶矩定理

设刚体上作用力偶矩为 $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_n$ 的 n 个力偶,这种由若干个力偶组成的力系称



为力偶系,因各力偶矩为自由矢量,故可将它们平移至任一点 A ,由共点矢量合成得合力偶矩,即合力偶矩定理:力偶系合成的结果为一合力偶,其合力偶矩 M 等于各力偶矩的矢量和。

课题 四 平面力系的简化与平衡

在实际工程中,物体的受力情况往往比较复杂,为了研究力系对刚体的总效应,需要将力系等效简化,这在分析物体的外力和内力、研究力系对物体的平衡条件与运动效应时,均具有重要的意义。

一、力的平移定理

如前所述,作用在刚体上的力沿着其作用线滑移后,不改变它对刚体的效应;作用在刚体上的力偶在同一刚体内进行任意滑移和平移,也不影响该力偶对刚体的作用效果。那么,作用在刚体上的力能否平移? 怎样进行等效平移呢?

如图 1-22 所示,设力 F 作用于刚体上 A 点,由加减平衡力系公理可知,在另一点 B 可加上一对平衡力 F' 与 F'' ,且 $F' // F, F' = -F'' = F$,这样可视为力 F 平移到 B 点,记为 F' ,其余两力 (F, F'') 构成一力偶,其力偶矩 $M = BA \times F$ 。

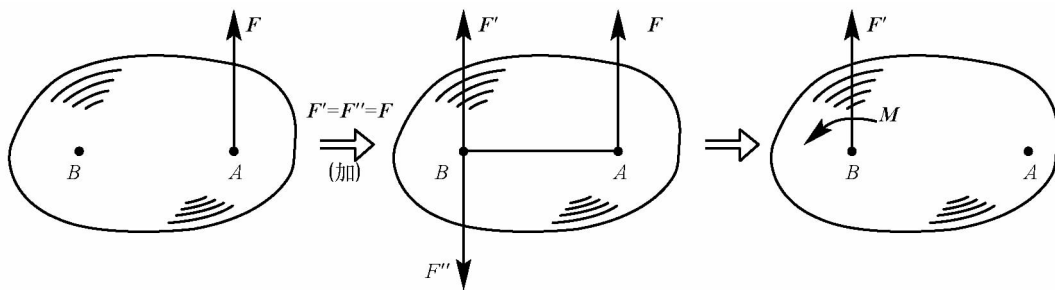


图 1-22 力的平移

这就是力的平移定理:作用于刚体上的力可以平移到该刚体内任一点,但为了保持原力对刚体的效应不变,必须附加一力偶,该附加力偶的力偶矩等于原力对新作用点之矩。

如图 1-23 所示,用扳手拧紧螺栓时,螺钉除受大小为 F 的力外,还受力偶矩大小为 $M = Fl$ 的力偶作用。

又如图 1-24(a)所示梁(受横向载荷的杆)承受均布载荷,将它们向梁的中点平移,两边附加力偶构成平衡力偶系,去掉之后,便得如图 1-24(b)所示等效简化情形。

注意 力的平移定理,仅适用于同一刚体。研究变形体的内力和变形时,力平移后,内力和变形均发生改变。在图 1-25(a)中,力 F 从 AB 移至 BC 后, A, B, C 三处受力均改变;



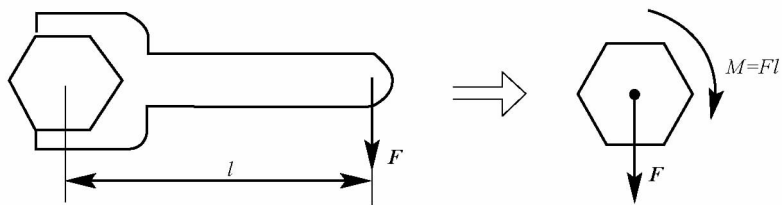


图 1-23 扳手紧螺栓的受力

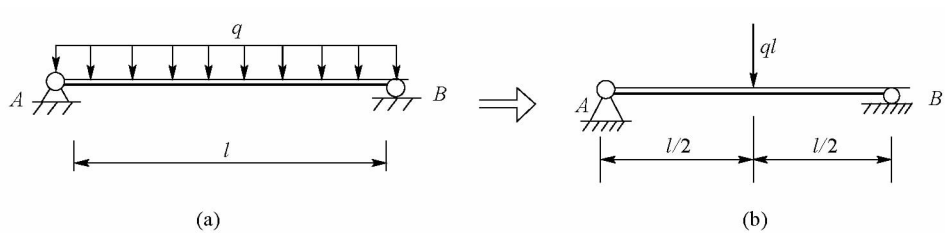


图 1-24 均布荷载向中点平移

图 1-25(b)中力 F 作用于 B 处时, AB 段弯曲, BC 段作刚体位移; 力 F 从 B 处平移至 C 后, AB 段弯曲不变, BC 段的内力与变形均发生变化。

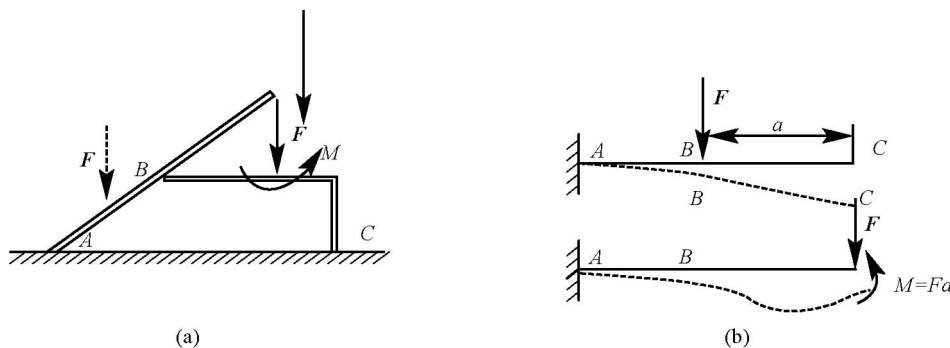


图 1-25 不在同一刚体上的力平移

二、平面任意力系的简化

运用力的平移定理, 把平面力系中的各力向任选的一点(简化中心)平移, 便转化为与原力系等效的一个汇交力系和一个附加力偶系, 将它们分别合成, 就得到作用在简化中心的一个力和一个附加力偶。

如图 1-26(a)所示, 空间一般力系 (F_1, F_2, \dots, F_n) 作用于同一刚体上, 各力作用点矢径为 (r_1, r_2, \dots, r_n) 。选刚体上任一点 O 作为简化中心, 将各力向 O 点平移, 得到一个作用于 O 点的汇交力系 $(F'_1, F'_2, \dots, F'_n)$ 和一个附加的力偶系 $(M_{O1}, M_{O2}, \dots, M_{On})$, 如图 1-26(b)所示。其中,

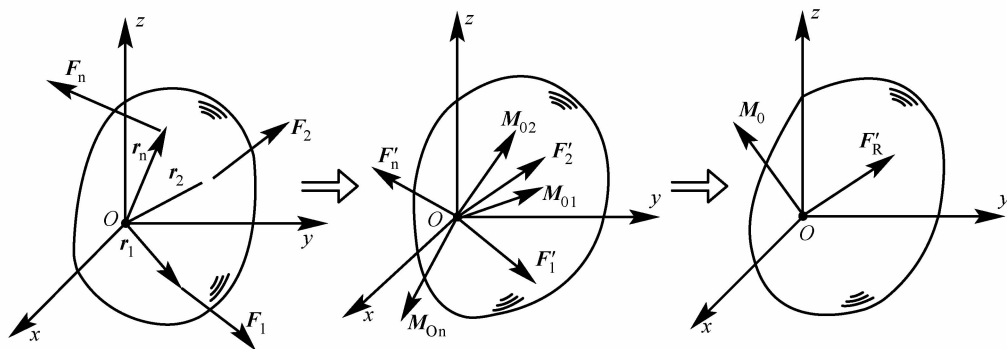


图 1-26 一般力系向一点简化

$$F'_i = F_i$$

$$M'_{0i} = M_0(F_i) = r_i \times F_i (i=1, 2, \dots, n)$$

再将此汇交力系和力偶系分别合成,便得到作用在简化中心 O 的一个合力 F'_R 和一个合力偶矩矢为 M_0 的附加力偶,如图 1-26 (c) 所示。

注意 平移到 O 点的各力 $F'_i (i=1, 2, \dots, n)$ 与力 F_i 虽大小、方向相同,但作用点不同。

为了能用原力系的特征量来表示力系向 O 点简化的结果,引入表征原力系整体特征的两个矢量。

主矢

$$F_R = \sum F_i \tag{1-4}$$

主矩

$$M_0 = \sum M_0(F_i) \tag{1-5}$$

显然,主矢 $F_R = \sum F_i = \sum F'_i$,与简化中心的位置无关,是力系简化过程中的一个不变量;而主矩 M_0 一般与简化中心 O 的位置有关,称为力系对 O 点的主矩。

综上所述,平面内任意力系向一点简化,可得到一个简化的力和一个附加力偶,该力通过简化中心,其大小和方向等于该力系主矢,该力偶矩大小和方向等于该力系对简化中心的主矩。

应用力系的简化原理可以简化物体的受力分析。例如图 1-27(a) 所示悬臂梁,在平面外力系作用下,固定端 CA 段的约束力亦为平面一般力系,如图 1-27(b) 所示;将该分布力向 A 点简化,得到作用于 A 点的合力 F_A 和附加合力偶 M_A ,如图 1-27(c) 所示;若将 F_A 沿 x, y 正交坐标轴分解,则得如图 1-27(d) 所示结果。

又如图 1-28(a) 所示,直杆受空间外力系作用,杆中任意垂直于轴的横截面亦受到一个空间分布力系作用,并与外力系相平衡,如图 1-28(b) 所示;为了最终求出该空间分布力系,可先将此力系向横截面形心 O 简化,再将所得合力与合力偶沿坐标轴正交分解,由平衡条件求得横截面上的内力分量,如图 1-28(c) 所示。我们把沿轴线 y 的分力 F_{Oy} 称为轴力,与轴



线垂直的两个分力 F_{Ox} 和 F_{Oz} 称为剪力；沿轴线的分力偶 M_{Oy} 称为扭矩，与轴线垂直的两个分力偶 M_{Ox} 和 M_{Oz} 称为弯矩。

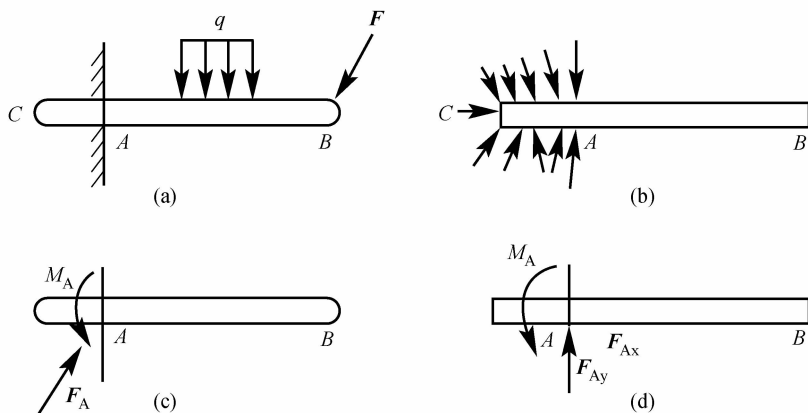


图 1-27 固定端受力简化

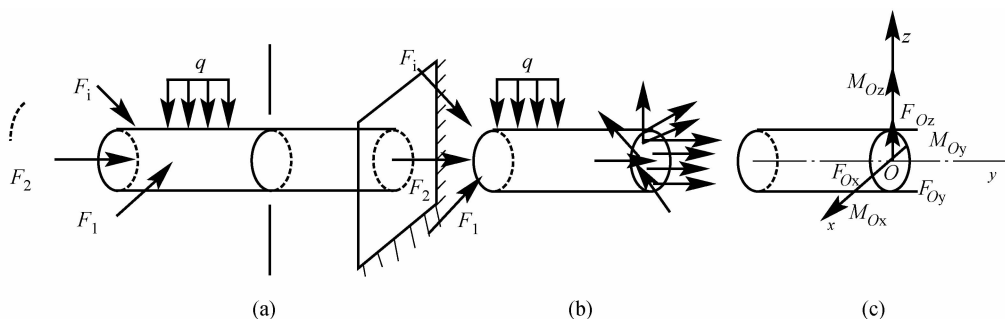


图 1-28 杆横截面内力简化

三、平面力系简化结果的讨论

(1) 力系简化结果为一个力偶 $M=M'_O$ ，即 $F'_R=0, M'_O \neq 0$ ，力系与一个力偶等效，此时 M'_O 与简化中心无关。

(2) 力系简化结果为一个力，即 $F'_R \neq 0, M'_O=0$ ，力系简化为一个作用于简化中心 O 的力 $F_R=F'_R$ 。

(3) 力系平衡，当 $F'_R=0, M'_O=0$ 时，力系是一个平衡力系。

(4) 力系 $F'_R \neq 0, M'_O \neq 0$ 时，可进一步简化，利用力偶等效变换，可将主矢 F'_R 和主矩 M'_O 进一步简化为 F_R ，作用于 O' 。



四、平面力系的平衡条件

1. 平衡方程的三种形式

(1) 基本形式:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_O(F) &= 0\end{aligned}$$

(2) 二矩式:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ \sum F_A(F) &= 0 \\ \sum F_B(F) &= 0\end{aligned}$$

(3) 三矩式:若 A, B, C 不共线。

$$\begin{aligned}\sum M_A(F) &= 0 \\ \sum M_B(F) &= 0 \\ \sum M_C(F) &= 0\end{aligned}$$

这时,力偶不存在,也不可能有通过三个点 A, B, C 的力存在。



知识链接



机械应用实例

一、力的三要素

在机械加工中,工件在夹具中定位以后必须用力来夹紧,夹紧力是由力的作用方向、作用点和力的大小三个要素来体现的。因此,夹紧力的方向、作用点和大小的选择是否正确将直接影响加工的质量。

例 1-4 夹紧力方向的选择。

如图 1-29(a)所示,在一管状工件 1 的外圆上加工平面 A。圆管放置在 V 形块 2 上,所受夹紧力为径向力 F_1 。显然,用这样的方法来夹紧圆管,易使工件 1 产生变形。若改用图 1-29(b)所示端面夹紧力 F_2 ,即由径向夹紧力改变为轴向夹紧力,圆管工件就不易产生变形了。

又例如,当工件安放时,由于重力的方向总是指向地面,从安装方便的角度出发,最好平放在夹具上,如图 1-30(a)(b)所示。在实际使用的夹具中,总结出重力 G 、切削力 F 切下及夹紧力 F 三者方向之间相互关系的几种典型情况。从图 1-36(a)来看,重力 G 、切削力 F 下



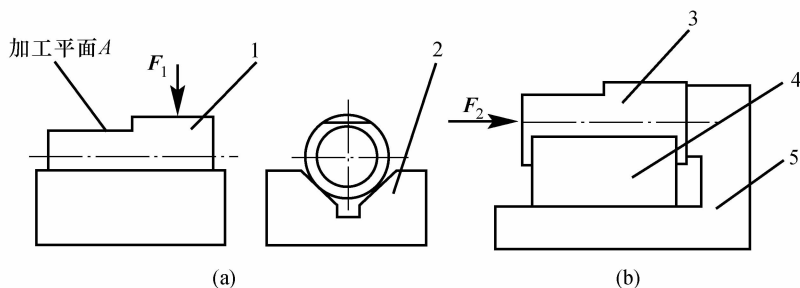


图 1-29 夹紧力方向的选择

及夹紧力 F 三者方向一致,属于最佳位置状态,所需夹紧力 F 可以最小。在图 1-30(b)中,切削力 F 下与主要定位表面(支撑面)平行,故需要较大的夹紧力 F ,使其产生的摩擦力才能够克服因切削力所产生的工件位移,即 $G + F > (F_{\text{下}} / f_s)$ (f_s 为静摩擦因数)。而图 1-30(c)是定位表面处于倾斜位置的情况,为了保证工件定位可靠,夹紧力方向应垂直于这一定位表面,其夹紧力的大小将介于前两者之间。图 1-30(d)、(e)所示是定位表面在垂直平面内的情况,所需夹紧力都很大,特别是图 1-30(d)所示的工作条件更差。在图 1-30(f)中,重力、切削力及夹紧力共线(夹紧力 $F > F_{\text{下}} + G$),如切削过程中切削力变化较大,易使夹紧机构松动,并容易产生振动,而且这种位置情况操作最不方便,应尽量避免采用。

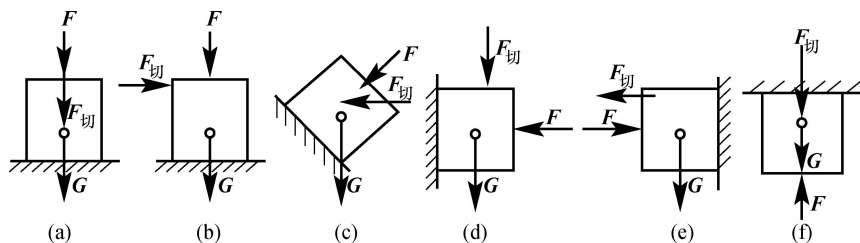


图 1-30 各种因素对夹紧力的影响

由上述分析可知:所需夹紧力的大小与其方向有关。在选择夹紧力方向时,应该在满足夹紧要求的条件下,使夹紧力最小。

例 1-5 夹紧力作用点的选择。

如图 1-31 所示,在加工工件顶面时,由于夹紧力方向无法垂直压下,只能从侧面夹紧工件。图 1-31(a)所示夹紧力 F_1 作用于 A 点(低于水平定位销轴线),则工件不会移动或翻转;图 1-32(b)所示情况,夹紧力 F_2 作用于 B 点(高于水平定位销轴线),工件将产生翻转。

又如在加工发动机连杆内孔时,若夹紧力 F_1 的作用点选取连杆中点(如图 1-32(a)所示),会使连杆产生弯曲变形,影响加工精度。为了使工件不易变形,夹紧力 F_2 应作用在连杆两头的端面上(如图 1-32(b)所示)。

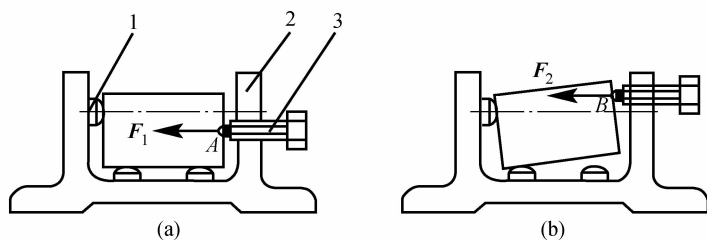


图 1-31 夹紧力作用点的选择(1)

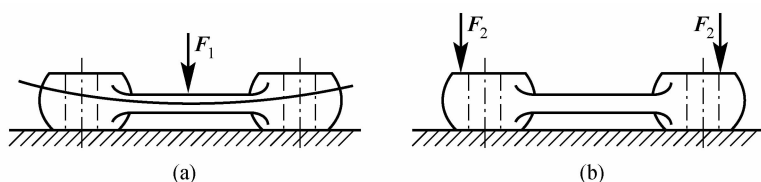


图 1-32 夹紧力作用点的选择(2)

二、静力学公理

静力学公理是人类在生产和生活中总结出来的最基本的规律,它正确地反映了作用于物体上的力的基本性质。因此,运用静力学的二力平衡公理和作用与反作用公理,可以分析一些简单机械装置和机械加工中的力学问题。

例 1-6 巧对中心。

车工巧对中心的方法如图 1-33 所示,向前摇动中滑板,使刀尖将扁料轻轻地顶在圆棒料上。观察薄扁料的倾斜方向,若扁料位于图 1-33(b)所示左倾斜位置,说明刀尖在工件中心的下方;若扁料位于图 1-33(c)所示右倾斜位置,表明刀尖在工件中心的上方;若扁料位于图 1-33(a)所示铅垂位置,刀尖与圆棒料中心等高,即为刀具的正确位置。该方法运用了二力平衡公理。

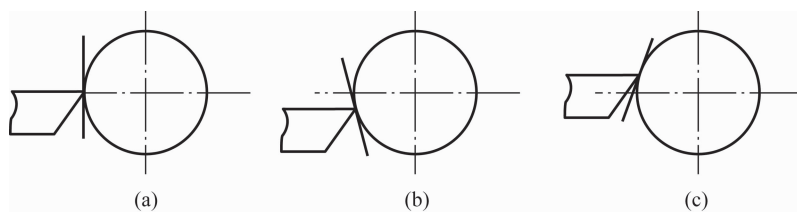


图 1-33 巧对中心

刀尖的圆弧半径一般都小于 0.1 mm,它与圆棒料为光滑圆弧面接触。若扁料的自重忽略不计,它受到的力是刀尖圆弧的主动力 F 和圆棒料工件的约束反力 F_N 。薄扁料处于二力平衡状态,主动力 F 和约束反力 F_N 就必然在同一直线上。图 1-34 所示为薄扁料在三种位置的受力图。显然,只有图 1-34(a)所示位置刀尖与圆棒料中心等高,即刀具位于正确位置。



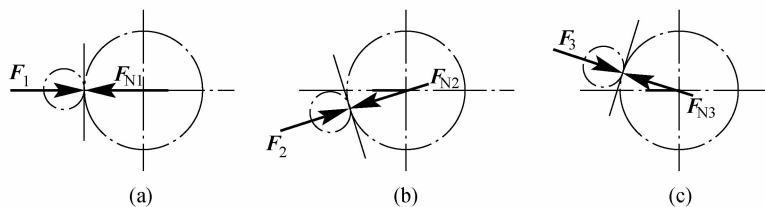


图 1-34 巧对中心的受力分析

例 1-7 巧取断铰刀。

在对不锈钢泵座进行铰孔时,不慎将铰刀断在了孔内,用如下的方法可方便地取出。如图 1-35(a)所示,寻找一些比孔小一点的废钢球放入孔内,再用一把有斜度的扁冲插入孔内,用力敲打扁冲,使扁冲斜面上的一个力传向钢球,挤紧的钢球再把力传给断铰刀,因而使铰刀被挤了出来,避免了工件的报废。

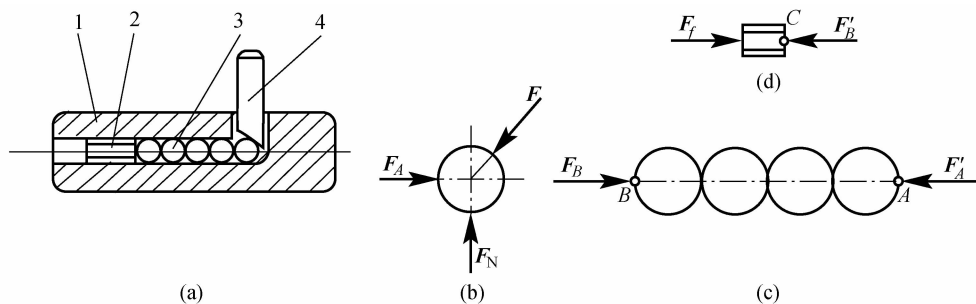


图 1-35 巧取断铰刀

三、约束与约束反力

例 1-8 细小冲头的磨削。

在仪表、轻工行业中,成千上万的各种小型零件上的小孔都是由模具上细小的冲头和凹模冲制而成,图 1-36(a)所示为一台模具的简图。这些细小的冲头一般都在 $\phi 0.5 \sim \phi 3\text{mm}$ 范围内,既不容易制作,又往往在最后一道工序磨刃口时折断而造成前功尽弃。在一副复杂的复合模和级进模上,有许多这样的小冲头,只要其中一个冲头折断,整套模具必须进行修复。

为了防止磨刃口时小冲头发生折断,可以在磨刃口时取下卸料板,在凹模上铺上一块平整的铜皮 4 或铝皮(厚度根据冲头直径大小在 $0.1 \sim 0.5\text{mm}$ 范围内选取),利用模架人工试冲,使铜皮(或铝皮)箍在冲头上(冲头露出铜皮或铝皮 $1 \sim 2\text{mm}$),如图 1-36(b)所示。这样,凸模固定板上的冲头在铜皮(或铝皮)的箍紧下,形成一个整体,从而较好地改善了小冲头 2 的受力情况,提高了它的刚性,使小冲头在刃磨时不易变形折断。磨削完成后轻轻取下铜皮(或铝皮)。





细小冲头磨削时,凸模固定板上的冲头在铜皮(或铝皮)的箍紧下,相当于给小冲头一种约束,限制了小冲头的位移,增加了小冲头的刚性。

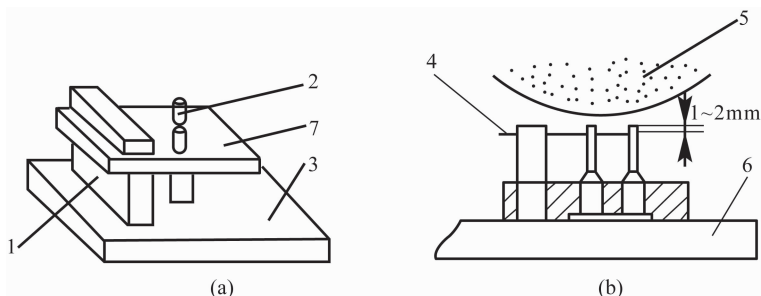


图 1-36 细小冲头的磨削

1—大冲头;2—小冲头;3—固定板;4—铜皮;5—砂轮;6—磨床平面;7—卸料板

项目小结

1. 基本概念

(1)力是物体之间相互的机械作用;力的效应有外效应和内效应,静力学中研究力的外效应;力对物体的外效应,决定于三要素:大小、方向和作用点(作用线)。

(2)力系是作用在同一物体上的若干个力的总称。

(3)刚体是静力学中将实际物体进行抽象化的理想模型。静力学的研究对象是刚体。

(4)平衡在工程上一般是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动的状态。

2. 静力学公理及其推论反映了力的基本性质,是静力学的理论基础。

3. 物体的约束及受力分析

(1)柔索约束:这种约束只能承受沿柔索方向的拉力。

(2)光滑面约束:这种约束只能承受位于接触点的法向压力。

(3)光滑铰链约束:可分为固定铰支座、中间铰链和滚动铰支座三种形式,前两种能限制物体两个方向的移动,故表示为正交约束反力;第三种约束反力只能位于滚子接触面的法线方向。

(4)轴承约束:有向心轴承、推力轴承两种,前者与固定铰支座类同,后者则为三个方向的正交约束反力。

在解除约束的分离体上,画上它所受的全部主动力和约束反力,就称为该物体的受力图。画受力图时应注意:只画受力,不画施力;只画外力,不画内力;解除约束后,才能画上约束反力。



思考与练习

1. “作用力与反作用力”与“二力平衡”中的两个力是否相同？

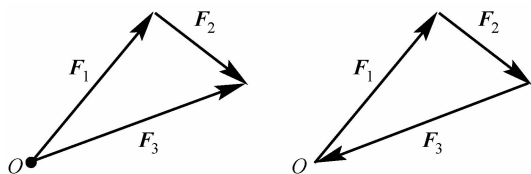


图 1-37 习题 3 图

2. 二力平衡条件、加减平衡力系原理能否用于变形体？为什么？

3. 图 1-37 所示，图中所画出的两个力三角形各表示什么意思？二者有什么区别？

4. 分析如图 1-38 所示物体系中每个刚体的受力图。设接触面都是光滑的，没有画重力的物体都不计重力。

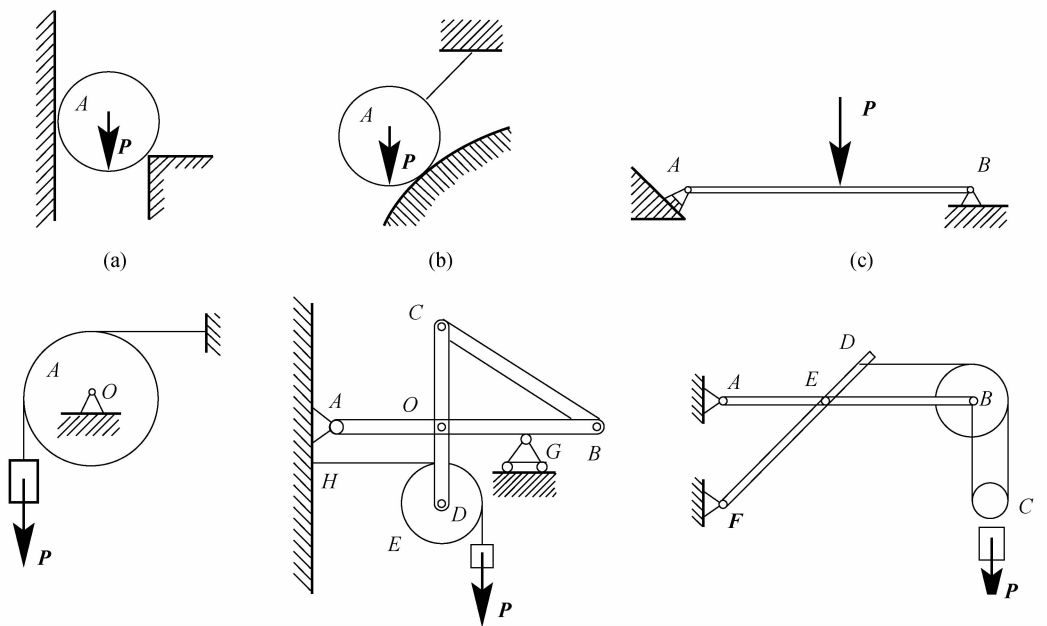


图 1-38 习题 4 图



5. 试分别画出图示 1-39 所示结构中 AB 与 BC 的受力图。

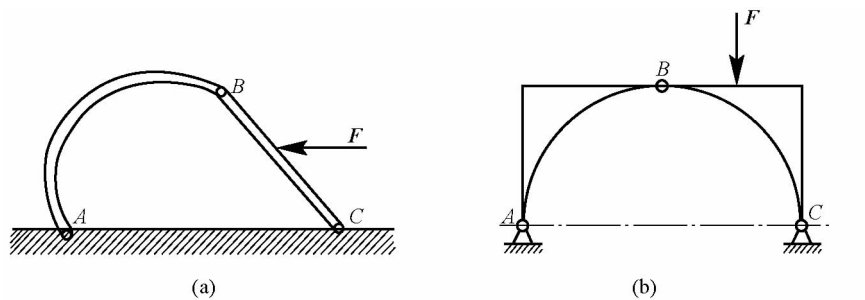


图 1-39 习题 5 图

6. 画出图 1-40 中物体及整个系统的受力图(各构件的自重不计,摩擦不计):

(1) 图(a)中的杆 DH, BC, AC 及整个系统;

(2) 图(b)中的杆 DH, AB, BC 及整个系统。

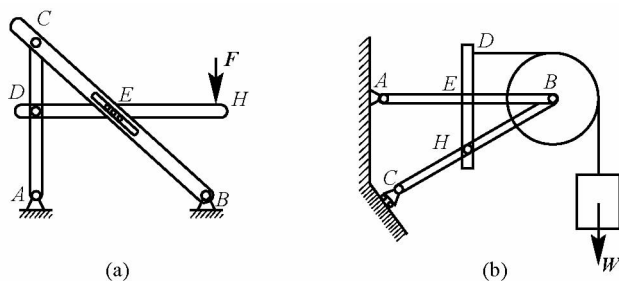


图 1-40 习题 6 图

7. 物体重 $P=20\text{kN}$, 用绳子挂在支架的滑轮 B 上, 绳子的另一端接在绞车 D 上, 如图 1-41 所示。转动绞车, 物体便能升起。设滑轮的大小及轴承的摩擦略去不计, 杆重不计, A, B, C 三处均为铰链连接。当物体处于平衡状态时, 求拉杆 AB 和支杆 BC 所受的力。

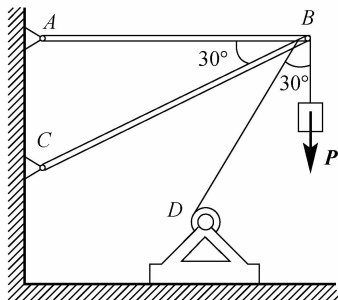


图 1-41 习题 7 图

